

Electricidad elemental para Universitarios

**SERRANO-RAMÍREZ, Tomás
GUTIÉRREZ-LEÓN, Diana Guadalupe**

ECORFAN®

ECORFAN-México

Coordinadores

SERRANO-RAMÍREZ, Tomás. MsC
GUTIÉRREZ-LEÓN, Diana Guadalupe. PhD

Editor en Jefe

VARGAS-DELGADO, Oscar. PhD

Directora Ejecutiva

RAMOS-ESCAMILLA, María. PhD

Director Editorial

PERALTA-CASTRO, Enrique. MsC

Diseñador Web

ESCAMILLA-BOUCHAN, Imelda. PhD

Diagramador Web

LUNA-SOTO, Vladimir. PhD

Asistente Editorial

SORIANO-VELASCO, Jesus. BsC

Traductor

DÍAZ-OCAMPO, Javier. BsC

Filóloga

RAMOS-ARANCIBIA, Alejandra. BsC

Electricidad elemental para Universitarios

Ninguna parte de este escrito amparado por la Ley de Derechos de Autor, podrá ser reproducida, transmitida o utilizada en cualquier forma o medio, ya sea gráfico, electrónico o mecánico, incluyendo, pero sin limitarse a lo siguiente: Citas en artículos y comentarios bibliográficos, de compilación de datos periodísticos radiofónicos o electrónicos. Visite nuestro sitio WEB en: www.ecorfan.org

Primera Edición

ISBN: 978-607-8695-81-2

Sello Editorial ECORFAN: 607-8695

Número de Control B: 2022-05

Clasificación B (2022):281022-0005

A los efectos de los artículos 13, 162, 163 fracción I, 164 fracción I, 168, 169, 209, y otra fracción aplicable III de la Ley del Derecho de Autor.

Books

Definición de Books

Objetivos Científicos

Apoyar a la Comunidad Científica Internacional en su producción escrita de Ciencia, Tecnología en Innovación en las Áreas de investigación CONACYT y PRODEP.

ECORFAN-Mexico S.C es una Empresa Científica y Tecnológica en aporte a la formación del Recurso Humano enfocado a la continuidad en el análisis crítico de Investigación Internacional y está adscrita al RENIECYT de CONACYT con número 1702902, su compromiso es difundir las investigaciones y aportaciones de la Comunidad Científica Internacional, de instituciones académicas, organismos y entidades de los sectores público y privado y contribuir a la vinculación de los investigadores que realizan actividades científicas, desarrollos tecnológicos y de formación de recursos humanos especializados con los gobiernos, empresas y organizaciones sociales.

Alentar la interlocución de la Comunidad Científica Internacional con otros centros de estudio de México y del exterior y promover una amplia incorporación de académicos, especialistas e investigadores a la publicación Seriada en Nichos de Ciencia de Universidades Autónomas - Universidades Públicas Estatales - IES Federales - Universidades Politécnicas - Universidades Tecnológicas - Institutos Tecnológicos Federales - Escuelas Normales - Institutos Tecnológicos Descentralizados - Universidades Interculturales - Consejos de CyT - Centros de Investigación CONACYT.

Alcances, Cobertura y Audiencia

Books es un Producto editado por ECORFAN-Mexico S.C en su Holding con repositorio en México, es una publicación científica arbitrada e indizada. Admite una amplia gama de contenidos que son evaluados por pares académicos por el método de Doble-Ciego, en torno a temas relacionados con la teoría y práctica de las Área de investigación CONACYT y PRODEP respectivamente con enfoques y perspectivas diversos, que contribuyan a la difusión del desarrollo de la Ciencia la Tecnología e Innovación que permitan las argumentaciones relacionadas con la toma de decisiones e incidir en la formulación de las políticas internacionales en el Campo de las Ciencias. El horizonte editorial de ECORFAN-Mexico® se extiende más allá de la academia e integra otros segmentos de investigación y análisis ajenos a ese ámbito, siempre y cuando cumplan con los requisitos de rigor argumentativo y científico, además de abordar temas de interés general y actual de la Sociedad Científica Internacional.

Consejo Editorial

ROCHA - RANGEL, Enrique. PhD
Oak Ridge National Laboratory

CARBAJAL - DE LA TORRE, Georgina. PhD
Université des Sciences et Technologies de Lille

GUZMÁN - ARENAS, Adolfo. PhD
Institute of Technology

CASTILLO - TÉLLEZ, Beatriz. PhD
University of La Rochelle

FERNANDEZ - ZAYAS, José Luis. PhD
University of Bristol

DECTOR - ESPINOZA, Andrés. PhD
Centro de Microelectrónica de Barcelona

TELOXA - REYES, Julio. PhD
Advanced Technology Center

HERNÁNDEZ - PRIETO, María de Lourdes. PhD
Universidad Gestalt

CENDEJAS - VALDEZ, José Luis. PhD
Universidad Politécnica de Madrid

HERNANDEZ - ESCOBEDO, Quetzalcoatl Cruz. PhD
Universidad Central del Ecuador

Comité Arbitral

SOLORZANO - SALGADO, Paulina. PhD
Universidad Tecnológica de Morelia

VALERDI, Ricardo. PhD
Universidad de Arizona

RODRIGUEZ - ROBLEDO, Gricelda. PhD
Universidad Tecnológica de Morelia

CENDEJAS José. PhD
Universidad Tecnológica de Morelia

CORTES - MORALES, Griselda. PhD
Universidad Autónoma de Coahuila

FERREIRA - MEDINA, Heberto. PhD
Institute of Research in Ecosystems - UNAM Campus Morelia

GONZÁLEZ - SILVA, Marco Antonio. PhD
Universidad Politécnica Metropolitana de Hidalgo

CRUZ - BARRAGÁN, Aidee. PhD
Universidad de la Sierra Sur

PALMA, Oscar. PhD
Instituto Tecnológico de Conkal

BARRON, Juan. PhD
Universidad Tecnológica de Jalisco

Cesión de Derechos

El envío de una Obra Científica a ECORFAN Books emana el compromiso del autor de no someterlo de manera simultánea a la consideración de otras publicaciones científicas para ello deberá complementar el Formato de Originalidad para su Obra Científica.

Los autores firman el Formato de Autorización para que su Obra Científica se difunda por los medios que ECORFAN-México, S.C. en su Holding México considere pertinentes para divulgación y difusión de su Obra Científica cediendo sus Derechos de Obra Científica.

Declaración de Autoría

Indicar el Nombre de 1 Autor y 3 Coautores como máximo en la participación de la Obra Científica y señalar en extenso la Afiliación Institucional indicando la Dependencia.

Identificar el Nombre de 1 Autor y 3 Coautores como máximo con el Número de CVU Becario-PNPC o SNI-CONACYT- Indicando el Nivel de Investigador y su Perfil de Google Scholar para verificar su nivel de Citación e índice H.

Identificar el Nombre de 1 Autor y 3 Coautores como máximo en los Perfiles de Ciencia y Tecnología ampliamente aceptados por la Comunidad Científica Internacional ORCID - Researcher ID Thomson - arXiv Author ID - PubMed Author ID - Open ID respectivamente

Indicar el contacto para correspondencia al Autor (Correo y Teléfono) e indicar al Investigador que contribuye como primer Autor de la Obra Científica.

Detección de Plagio

Todas las Obras Científicas serán testeadas por el software de plagio PLAGSCAN si se detecta un nivel de plagio Positivo no se mandará a arbitraje y se rescindirá de la recepción de la Obra Científica notificando a los Autores responsables, reivindicando que el plagio académico está tipificado como delito en el Código Penal.

Proceso de Arbitraje

Todas las Obras Científicas se evaluarán por pares académicos por el método de Doble Ciego, el arbitraje Aprobatorio es un requisito para que el Consejo Editorial tome una decisión final que será inapelable en todos los casos. MARVID® es una Marca de derivada de ECORFAN® especializada en proveer a los expertos evaluadores todos ellos con grado de Doctorado y distinción de Investigadores Internacionales en los respectivos Consejos de Ciencia y Tecnología el homologo de CONACYT para los capítulos de America-Europa-Asia-Africa y Oceanía. La identificación de la autoría deberá aparecer únicamente en una primera página eliminable, con el objeto de asegurar que el proceso de Arbitraje sea anónimo y cubra las siguientes etapas: Identificación del ECORFAN Books con su tasa de ocupamiento autoral - Identificación del Autores y Coautores- Detección de Plagio PLAGSCAN - Revisión de Formatos de Autorización y Originalidad-Asignación al Consejo Editorial- Asignación del par de Árbitros Expertos-Notificación de Dictamen-Declaratoria de Observaciones al Autor-Cotejo de la Obra Científica Modificado para Edición-Publicación.

Electricidad elemental para Universitarios

Elementary electricity for University students

SERRANO-RAMÍREZ, Tomás†* & GUTIÉRREZ-LEÓN, Diana Guadalupe

Universidad Politécnica de Guanajuato

ID 1^{er} Autor: *Tomás, Serrano-Ramírez* / **ORC ID:** 0000-0001-6118-3830, **Researcher ID Thomson:** G-6039-2018, **CVU CONACYT ID:** 493323

ID 1^{er} Coautor: *Diana Guadalupe, Gutiérrez-León* / **ORC ID:** 0000-0001-5051-880X, **Researcher ID Thomson,** G-6035- 2018, **CVU CONACYT ID:** 443892

DOI: 10.35429/B.2022.5.1.132

* tserrano@upgto.edu.mx

Electricidad elemental para Universitarios

El Book ofrecerá contribuciones seleccionadas de investigadores que contribuyan a la actividad de difusión científica de la Universidad Politécnica de Guanajuato para su área de investigación en la función de la Universidad ante los retos de la Sociedad del Conocimiento. Además de tener una evaluación total, en las manos de los directores de la Universidad Politécnica de Guanajuato, se colabora con calidad y puntualidad en sus capítulos, cada contribución individual fue arbitrada a estándares internacionales (RESEARCH GATE, MENDELEY, GOOGLE SCHOLAR y REDIB), el Book propone así a la comunidad académica, los informes recientes sobre los nuevos progresos en las áreas más interesantes y prometedoras de investigación en la función de la Universidad ante los retos de la Sociedad del Conocimiento.

Contenido

Introducción	1
Capítulo 1 Historia de la Electricidad	3
1.1 Antecedentes de la Electricidad	3
1.2 Definición de Electricidad	7
Capítulo 2 Carga eléctrica y sus propiedades	9
2.1 Definición de carga eléctrica	9
2.2 Ley de Coulomb	10
2.2.1 Fuerzas eléctricas entre cargas puntuales	11
2.2.2 La carga está cuantizada	20
Capítulo 3 Campo Eléctrico	25
3.1 Campo eléctrico de cargas puntuales	25
3.1.1 Magnitud del campo eléctrico producido por una carga puntual	26
3.1.2 Dirección del campo eléctrico producido por carga puntual	26
3.1.3 Campo eléctrico resultante	27
3.2 Líneas de fuerza	32
3.3 Carga puntual en un campo eléctrico	33
3.4 Ley de Gauss	37
Capítulo 4 Potencial Eléctrico	41
4.1 Energía potencial eléctrica	41
4.2 Determinación del Potencial eléctrico	44
4.3 Diferencia de potencial	47
4.4 Cálculo del campo a partir del potencial	48
Capítulo 5 Corriente y resistencia eléctrica	52
5.1 Corriente eléctrica	52
5.2 Densidad de corriente	53
5.3 Resistencia, Resistividad y Conductividad	54
5.3.1 Resistencia eléctrica y la Ley de Ohm	54
5.3.2 Resistividad eléctrica	56
5.3.3 Resistencia eléctrica de un alambre	57
5.4 Transferencia de energía en un circuito eléctrico	58
5.4.1 Potencia eléctrica y Ley de Joule	58

Capítulo 6 Circuitos en serie y paralelo	61
6.1 Circuitos de corriente continua	61
6.2 Leyes de Kirchhoff	69
6.2.2 Segunda Ley de Kirchhoff	70
6.2.2.1 Análisis de circuitos por el método de corrientes de malla	70
6.2.2.2 Análisis de circuitos por el método de tensiones de nodo	75
Capítulo 7 Capacitancia	83
7.1 Cálculo de capacitancia de diferentes configuraciones	83
7.2 Arreglos serie-paralelo de capacitores	85
7.3 Energía almacenada en un capacitor	86
7.4 Capacitores con dieléctrico	87
Apéndice de prácticas	92
Práctica 1: Propiedades de la carga eléctrica	92
Práctica 2: Mediciones eléctricas	95
Práctica 3: Ley de Ohm	103
Práctica 4: Resistencia equivalente	106
Práctica 5: Capacitancia equivalente	111

Introducción

Bienvenido al libro de Electricidad elemental para universitarios, dirigido a estudiantes de nivel superior que tienen su primer acercamiento con las ciencias de la Electricidad. El libro cuenta con un enfoque práctico, dando prioridad a la sencillez en la explicación de conceptos fundamentales, abundancia de bosquejos e imágenes y el aprendizaje supervisado mediante ejemplos. Se busca crear una base sólida en el estudiante, que le permita adentrarse en el estudio más profundo de la materia o como base de cursos universitarios tales como: Circuitos Eléctricos, Electrónica y Ciencias de la Computación.

La Electricidad es una de las formas más versátiles de energía capaz de transformarse en luz, calor o movimiento, y de transmitirse fácilmente a grandes distancias mediante el uso de materiales conductores, ampliamente disponibles. Debido a lo anterior y muchas otras ventajas, la electricidad ha ido desplazando a fuentes de energía menos eficientes e incluso altamente contaminantes como el carbón o los combustibles fósiles, permitiendo un desarrollo tecnológico acelerado en áreas como: iluminación, transporte, Telecomunicaciones, Computación, Robótica, Industria Automotriz, Electromedicina, entre otras.

La Electricidad se origina en el propio átomo como consecuencia de la carga eléctrica en las subpartículas atómicas electrón y protón, dichas partículas originan fuerzas eléctricas de atracción o repulsión, que explican muchas de las características y propiedades macroscópicas de la materia, tales como: enlaces químicos, estructuras atómicas, dureza, viscosidad, tensión superficial, conductividad eléctrica entre otras. Por lo tanto, entender las Leyes que gobiernan la Electricidad es entender a la materia y sus propiedades.

Recuerda que la Electricidad es la base del desarrollo tecnológico actual, por lo que el estudio de dicha asignatura es elemental y de vital importancia para tu desarrollo académico y profesional, además del sustento para descifrar el mundo que te rodea. Espero que disfrutes la lectura de este libro. ¡Te deseo mucho éxito!

SERRANO-RAMÍREZ, Tomás. M.I.

Estimado estudiante:

En tu formación académica en las áreas de Ciencias Básicas e Ingeniería, es imprescindible que cuentes con los conocimientos fundamentales que te permitan comprender y explicar los fenómenos vinculados con la Electricidad. Lo anterior, conllevará a que puedas aplicar correctamente los principios básicos de esta ciencia y establecer adecuadamente las interrelaciones existentes con otras áreas.

Este libro se encuentra estructurado en 7 capítulos que te permitirán abordar la historia y la definición de la Electricidad. Posteriormente, atenderás los conceptos de: carga eléctrica, campo eléctrico, corriente y resistencia eléctrica, potencial eléctrico, circuitos en serie y paralelo y capacitancia, así también, abordarás la aplicación de éstos en la resolución de problemas y la realización de prácticas. Ello te permitirá tener un mejor acercamiento al conocimiento de la Electricidad, pues lograrás identificar el impacto significativo que posee ésta en nuestra vida cotidiana, su influencia en el avance científico y tecnológico actual en líneas innovadoras tales como: Ingeniería Robótica-Eléctrica-Electrónica-Mecatrónica, Control y automatización, Bioingeniería, Edificaciones sostenibles, Manufactura, Comunicaciones y transporte, Energías renovables, Eficiencia energética.

Espero, este recurso bibliográfico te sea de gran utilidad y te permita sentar una base sólida en el aprendizaje y la comprensión de la Electricidad. Ello contribuirá en tu formación académica, para que logres desempeñarte como un profesionista competente y capaz de diseñar, implementar, evaluar y optimizar, sistemas destinados a cumplir satisfactoriamente determinadas tareas en la industria, así como en el desarrollo científico y tecnológico de tu país.

¡Buena suerte!

GUTIÉRREZ-LEÓN, Diana Guadalupe. PhD

Electricidad, Definición, Historia, Carga eléctrica, Campo eléctrico, Potencial eléctrico, Capacitancia

Capítulo 1 Historia de la Electricidad

Objetivos

- El alumno identificará los sucesos históricos más relevantes con respecto al descubrimiento y el estudio sobre la Electricidad.
- Identificará el concepto sobre Electricidad y cómo se encuentra aplicada en su vida cotidiana.

1.1 Antecedentes de la Electricidad

La Electricidad es hoy en día, una de las ramas de la ciencia con mayor impacto en diversos ámbitos de la ingeniería y la tecnología; por ello, es importante que se identifiquen los sucesos históricos más relevantes con respecto al origen y evolución de su estudio:

Griegos: Ámbar y Magnetita (600 a.C.)

El estudio de la Electricidad y el Magnetismo inició de manera separada con los antiguos griegos, lo cual se observa remontándonos a la etimología de la palabra Electricidad, la cual proviene del griego *elektron* que significa ámbar. Tales de Mileto (600 a. C., Figura 1.1) observó que, si frotaba una varilla de ámbar con un paño, ésta atraía objetos pequeños tales como paja o plumas. La palabra Magnetismo debe su nombre a la Ciudad griega de Magnesia de Meandro donde se observó por primera vez piedras (magnetita) que eran capaces de atraer el hierro lo que explicó también Tales de Mileto indicando al mineral de magnetita como poseedor de un alma.

Figura 1.1 Tales de Mileto



William Gilbert: Padre de la electricidad y magnetismo (1600 d.C.)

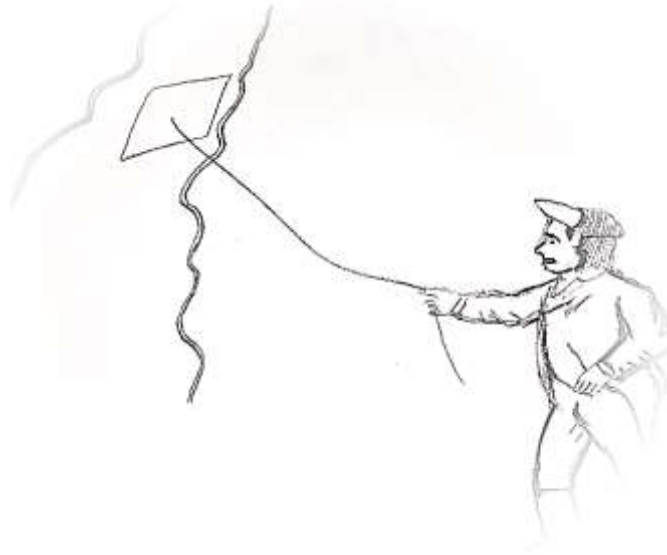
Filósofo natural y médico inglés, considerado el padre de la Electricidad y el Magnetismo. Fue el primer filósofo moderno en estudiar dichas ciencias usando el método científico, del cual se considera precursor, demostrando en su obra maestra *De Magnete* (1600), que la Tierra es un gran imán, y debido a ello las brújulas apuntaban al norte o sur. También realizó experimentos en Electroestática usando ámbar y a cuyos fenómenos se refirió como *electricus* y *electricitas*, dando origen a los términos actuales de eléctrico y electricidad.

Benjamín Franklin: cargas positivas y negativas (1760)

Considerado uno de los padres fundadores de los Estados Unidos, político, científico e inventor de prestigio extraordinario (Figura 1.2), se le atribuye la invención del pararrayos y los conceptos: positivo y negativo, usados para la carga eléctrica. Realizó experimentos de electrostática, cargando objetos de diversos materiales por medio de frotamiento y observando las fuerzas de atracción o repulsión.

Descubrió que la carga adquirida por una varilla de vidrio frotada en seda era diferente de la carga adquirida por una varilla de ebonita frotada en piel de gato, ambas varillas de diferente material se atraían entre sí si se acercaban, en cambio las varillas cargadas del mismo material se repelían. De dichas observaciones Franklin propuso que existen dos tipos diferentes de electricidad, la positiva y la negativa. Signos iguales se repelen, signos contrarios se atraen, como lo presentó en la Teoría del Fluido Único en 1760.

Figura 1.2 Experimento realizado por Franklin



Charles Augustin Coulomb: Fuerzas eléctricas (1777)

El siguiente paso que se dio en el desarrollo del estudio de la Electricidad, fue la cuantificación de la fuerza de atracción o repulsión de las cargas eléctricas. Dicho trabajo lo realizó el ingeniero militar francés Charles Augustin de Coulomb entre 1777 y 1785. Para medir las fuerzas de atracción y repulsión de objetos pequeños cargados (cargas puntuales) en función de la distancia, Coulomb inventó un nuevo dispositivo conocido como balanza de torsión. Coulomb determinó que la fuerza eléctrica experimentada por dos cargas puntuales, es directamente proporcional al producto de las cargas, e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia entre ellas. A dicho descubrimiento se le conoce actualmente como Ley de Coulomb en honor a su investigación. El S.I. llamó Coulomb (C) a la unidad de carga eléctrica en su honor.

Luigi Galvani y la Bioelectricidad (1780)

Médico, fisiólogo y físico italiano, descubridor de la actividad eléctrica en los animales en 1780. Observó que, al disecar una rana, y juntar dos metales diferentes en contacto con las ancas, se producían contracciones involuntarias. Galvani argumentó que dicho fenómeno era generado por la acción de la electricidad en el sistema nervioso y músculos de la rana. Esto lo llevó a la deducción de que la electricidad, es la fuerza que da vida a los músculos de los seres vivos. Galvani creía que la electricidad en el experimento provenía de los propios organismos, o sea un tipo de bioelectricidad, argumento no compartido por Alessandro Volta, quien desde entonces buscó probar que la electricidad, se podría producir de manera independiente, sin la necesidad de la rana u otro organismo.

Alessandro Volta: La primera pila eléctrica (1800)

Químico y físico italiano considerado el inventor de la primera pila eléctrica, desarrolló su prototipo de pila denominado “pila voltaica”, a partir del trabajo de Luigi Galvani (ambos eran amigos), demostrando que la electricidad podría ser producida de manera independiente, sin la necesidad de la existencia de la rana u otro organismo. La pila voltaica consistía de discos de zinc y cobre, apilados de manera alternada y separados entre ellos con tela humedecida con salmuera, generando una corriente eléctrica constante y sostenida en el tiempo, lo que fue explicado teóricamente de manera posterior con la Teoría Electroquímica. El S.I. nombro al Volt (V) como la unidad de medida para la diferencia de potencial en su honor.

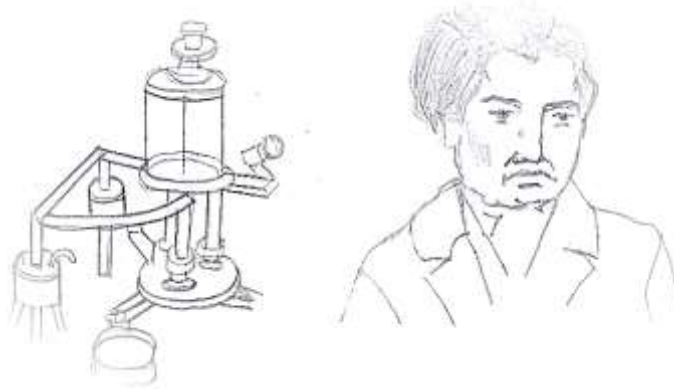
Hans Christian Ørsted: Descubre la relación entre Electricidad y Magnetismo (1820)

Hans Christian Ørsted fue un físico danés que hizo un sencillo pero importante descubrimiento, mientras preparaba un experimento de electricidad para sus alumnos, en la Universidad de Copenhague en 1820. Usando la pila voltaica, Ørsted encontró que mientras circulaba corriente a través de un alambre, la aguja de una brújula, cercana al alambre era desviada. La desviación se corregía cuando la corriente dejaba de circular. A partir de este momento, se sabe que la electricidad y el magnetismo están relacionados físicamente. Este descubrimiento abrió la puerta para que científicos como Faraday y Ampere, sentarán las bases para una nueva ciencia: el Electromagnetismo.

George Simón Ohm: Resistencia eléctrica (1827)

Fue un físico y profesor de matemáticas alemán (Figura 1.3) quien, con su propio presupuesto, usando la nueva pila galvánica e instrumentos de su propia invención, descubrió la ley que hoy lleva su nombre: Ley de Ohm, pilar en el estudio de la electricidad, sistemas de transmisión y circuitos eléctricos. La Ley de Ohm fue enunciada dentro de la investigación: Análisis matemático de un circuito galvánico en 1827, la cual establece que el flujo de corriente a través de un conductor es directamente proporcional a la diferencia de potencial e inversamente proporcional a la resistencia eléctrica. El S.I. nombró al Ohm (Ω) como la unidad de resistencia eléctrica en su honor.

Figura 1.3 Ohm y su experimento



André-Marie Ampere: Campo magnético y corriente eléctrica (1831)

Fue un prominente matemático y físico francés al que se le atribuye la invención del electroimán, el telégrafo eléctrico, y el postulado de una de las Leyes fundamentales del Electromagnetismo en 1831 y que, en la actualidad, llevan su nombre: Ley de Ampere. Se dedicó a profundizar en el descubrimiento de Ørsted donde se pudo detectar un campo magnético circundante a un conductor por el que circula una corriente eléctrica. Ampere detectó que la intensidad del campo magnético alrededor del conductor se incrementa, si la corriente a través del conductor asciende y viceversa. Ampere también descubrió que la dirección a la que apunta la brújula cambia de sentido (dirección de campo magnético), si el sentido de la corriente cambia. La descripción matemática de dichos principios, llevó a la formulación de la Ley Ampere-Maxwell. El S.I. designó Ampere, como la unidad de intensidad de corriente eléctrica.

Michael Faraday: Inducción electromagnética (1831)

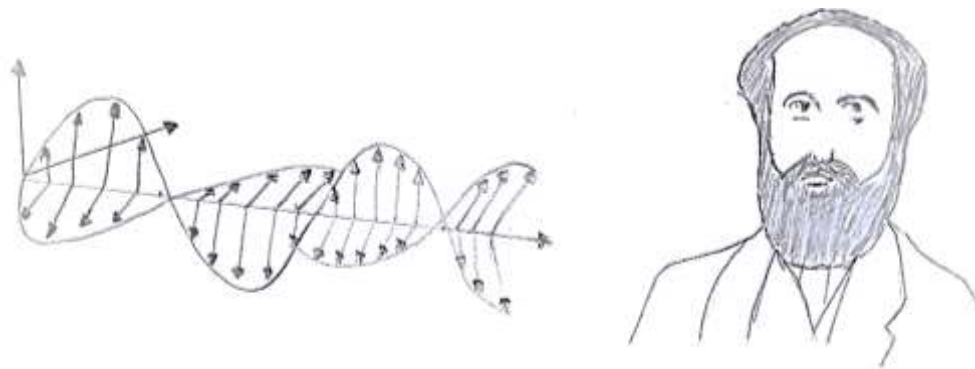
Fue un físico y químico británico, catalogado como el científico más destacado en la historia de la Electricidad, inventor del primer motor eléctrico, descubridor del principio de inducción electromagnética y de la relación de la luz con el magnetismo. La educación formal de Faraday era escasa, pero contaba con un talento e intuición extraordinarios para la experimentación, aunque sus notas no contengan ninguna ecuación. Siendo una persona de escasos recursos en su niñez y juventud, su camino como encuadernador de libros lo llevó a leer por gusto propio las principales obras científicas en el ámbito de la Electricidad y la Química y, a hacer experimentación para comprobar sus lecturas, con sus propios recursos. Tuvo la oportunidad de ser ayudante de laboratorio de Humphrey Davi, eminente científico británico y padre de la Electroquímica, el cual reconoció su talento, y lo ayudó a contar con los medios para poder realizar sus investigaciones.

El descubrimiento de la inducción electromagnética lo hizo en 1831, cuando enrolló dos solenoides de alambre alrededor de un aro de hierro y encontró que cuando pasaba corriente por un solenoide, se producía una corriente temporal en el otro, lo que se conoce como inducción mutua. También observó que, si se pasa un imán por una bobina, se genera en ésta una corriente eléctrica. Estos descubrimientos permitieron el desarrollo de motores, generadores, dínamos, transformadores, sistemas de distribución de energía eléctrica, la radio, entre otros, impulsando el desarrollo tecnológico actual en el ámbito de la energía eléctrica, telecomunicaciones y óptica. El S.I. nombró al Faradio como la unidad de capacitancia en su honor.

James Clerck Maxwell: Ondas Maxwellianas (1861)

Fue un prominente físico y matemático escocés cuyo trabajo se centró, primeramente, en traducir los descubrimientos de Faraday, al lenguaje matemático y posteriormente en la unificación de todo el conocimiento referente a la Electricidad y Magnetismo, en un solo modelo matemático que en su momento contenía 20 ecuaciones diferenciales. En la actualidad el modelo se simplificó a las cuatro ecuaciones diferenciales, conocidas como ecuaciones de Maxwell para el Electromagnetismo, que describen todos los fenómenos de naturaleza electromagnética, incluyendo la luz. En su modelo matemático, Maxwell predice la existencia de las ondas electromagnéticas (ondas maxwellianas), desconocidas hasta el momento y que pueden viajar en el vacío.

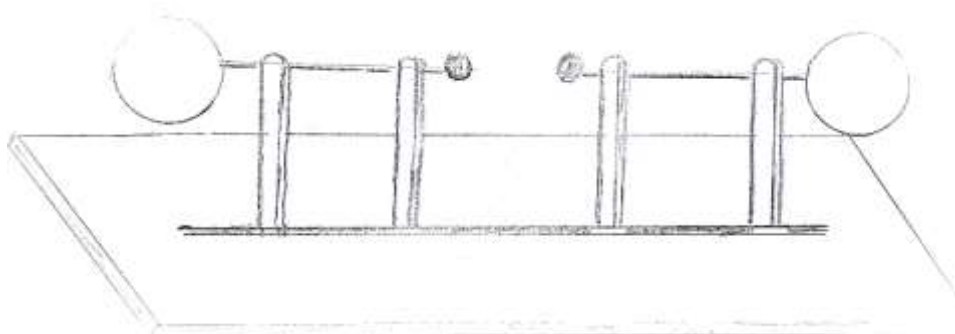
Figura 1.4 Maxwell y su descubrimiento



Heinrich Hertz: Primer generador de ondas de radio (1885)

Científico alemán que demostró la existencia de las ondas electromagnéticas generando ondas de radio, 20 años después de que fueran predichas por James Clerk Maxwell, realizando para ello un transmisor con un circuito oscilador y un receptor mediante un resonador, además de calcular la velocidad de la luz en aproximadamente 300,000 km/s. Con ello, se sientan las bases para el desarrollo de las telecomunicaciones y la óptica moderna, ya que las ondas electromagnéticas incluyen a las ondas de radio, microondas y la luz. A Hertz se le atribuye el descubrimiento del Efecto Fotoeléctrico, al observar que una esfera cargada pierde dicha carga más rápidamente, si es iluminada mediante luz ultravioleta. El S.I. nombró al Hertz (Hz) como la unidad de frecuencia en su honor.

Figura 1.5 Experimento realizado por Hertz



1.2 Definición de Electricidad

La Electricidad es la ciencia que se encarga de estudiar los fenómenos que se producen por la interacción de cargas eléctricas en la naturaleza. El término electricidad tiene su origen en la palabra griega *elektron* que significa ámbar y actualmente es usada para designar a una de las partículas subatómicas cargadas más importante: el electrón. La palabra electricidad también hace referencia a una forma de energía muy versátil, producida por fenómenos relacionados con la carga eléctrica y que puede ser transformada fácilmente en luz, calor y movimiento.

Fenómenos como el rayo (Figura 1.6) o la electricidad estática, son manifestaciones de la existencia de cargas eléctricas en la naturaleza. Todos los fenómenos de tipo eléctrico tienen su origen en las partículas subatómicas: electrón y protón, las cuales presentan carga negativa y positiva respectivamente.

Figura 1.6 Fenómeno eléctrico natural: el rayo



La ciencia de la Electricidad es de importancia fundamental, debido a que no solo explica un gran número de fenómenos naturales cotidianos, sino que ha dado origen al desarrollo tecnológico actual en áreas como: iluminación, transporte, telecomunicaciones, computación, robótica, industria automotriz, electromedicina, entre otras. Como forma de energía, la electricidad puede ser fácilmente transportada de un lugar a otro (incluso a cientos o miles de kilómetros) y su versatilidad para ser transformada en otras formas de energía, ha hecho de esta un elemento indispensable para el desarrollo de la mayoría de las actividades productivas en el mundo moderno.

Evalúe lo aprendido...

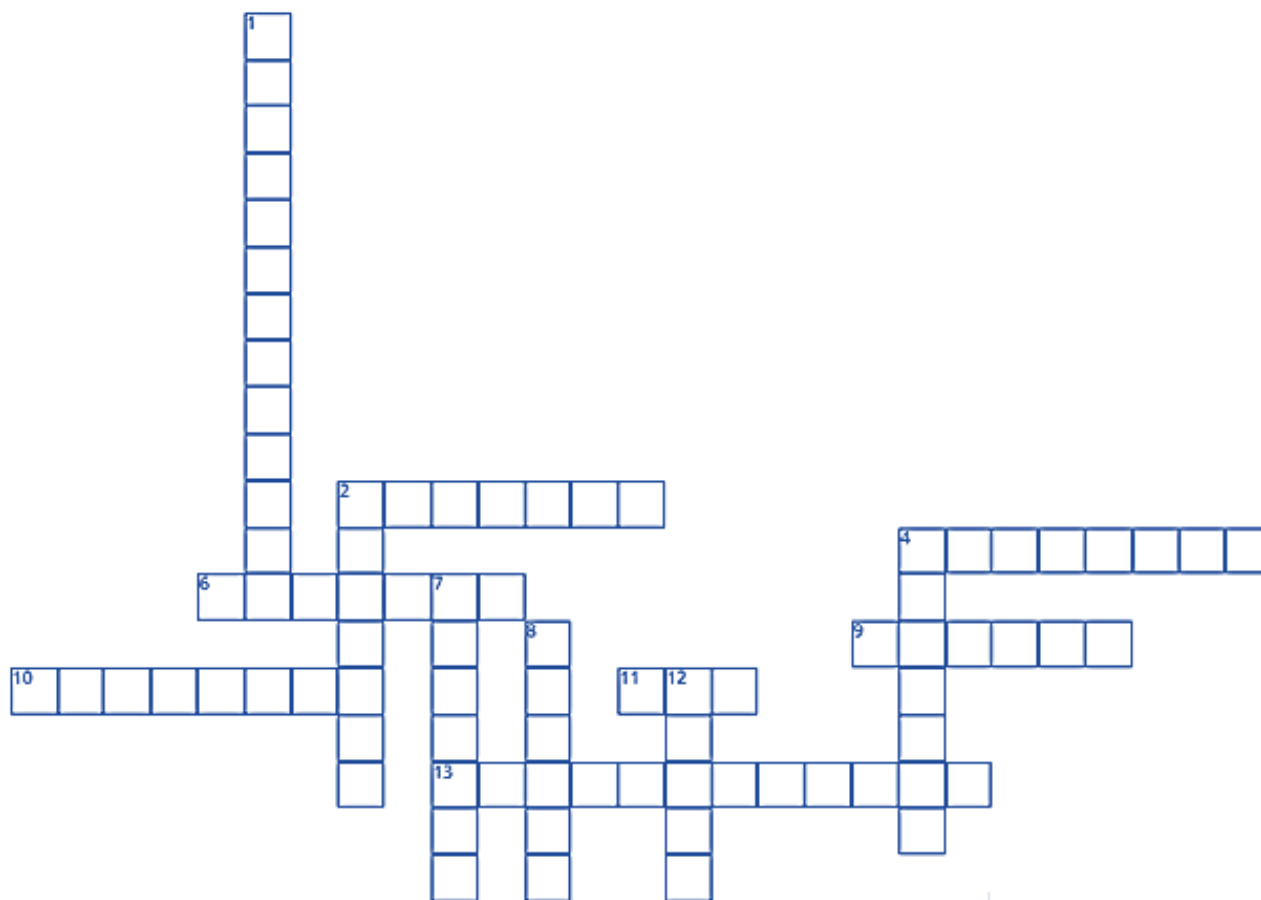
Instrucciones: Lee cada uno de los enunciados que aparecen a continuación y, con base en lo aprendido, completa el crucigrama colocando el término o el apellido del personaje que corresponda:

Verticales

1. Observó que al frotar una varilla de ámbar con un paño, ésta era capaz de atraer objetos.
2. Estableció una relación entre la electricidad y el organismo de un animal; ello le permitió deducir que la electricidad es una fuerza que da vida a los músculos de los seres vivos.
4. Se le atribuye la invención del primer motor eléctrico y el Principio de inducción electromagnética.
7. Propuso las ecuaciones para explicar aquellos fenómenos de naturaleza electromagnética.
8. El S.I. designó con su apellido, a la unidad de intensidad de corriente eléctrica.
12. Sus descubrimientos contribuyeron al desarrollo de las telecomunicaciones y la óptica moderna; el S.I. designó con su apellido a la unidad de frecuencia.

Horizontales

2. Filósofo considerado el padre de la Electricidad y el Magnetismo.
4. Se le atribuye la invención del pararrayos y la asignación de conceptos a la observación de fuerzas de atracción y repulsión.
6. Determinó que la fuerza eléctrica que experimentan dos cargas puntuales, es directamente proporcional al producto de las cargas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia entre ellas.
9. Identificó la relación física que existe entre la electricidad y el magnetismo.
10. Ciudad en donde se observó por primera vez el efecto de la magnetita sobre el hierro.
11. El S.I. denominó con su apellido a la unidad de resistencia eléctrica.
13. Disciplina que se encarga del estudio de los fenómenos generados por la interacción de cargas en la naturaleza.



Capítulo 2 Carga eléctrica y sus propiedades

Objetivos:

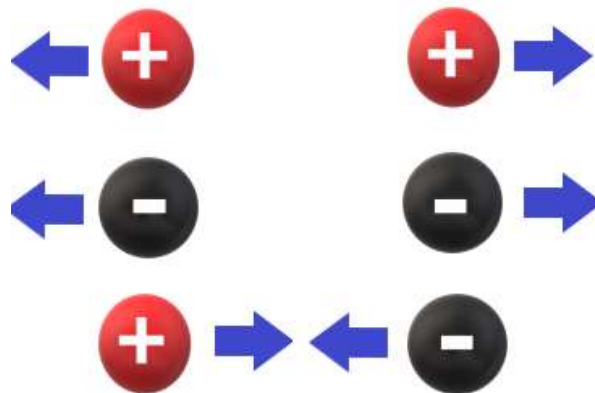
- El estudiante abordará el concepto de carga eléctrica, así como los tipos de cargas existentes.
- El estudiante analizará y aplicará la Ley de Coulomb, así como el principio de superposición en la solución de problemas.

2.1 Definición de carga eléctrica

La carga eléctrica es una propiedad fundamental de la materia que tiene su origen en dos las partículas subatómicas que conforman el átomo: el protón y el electrón.

De acuerdo a los experimentos realizados por Benjamín Franklin, las propiedades básicas de la carga eléctrica son las siguientes (Figura 2.1):

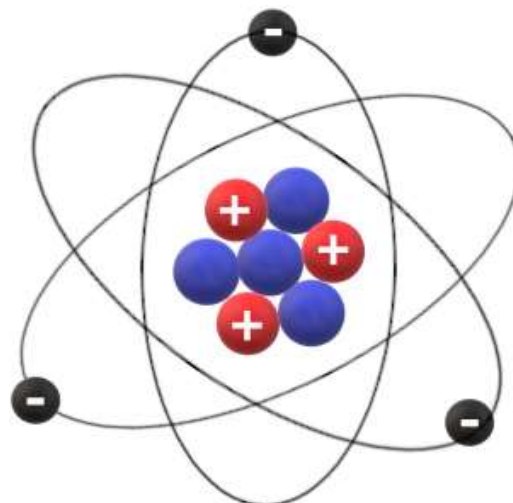
Figura 2.1 Propiedades de las cargas



- Existen dos tipos de carga: positiva (+) y negativa (-).
- Cargas eléctricas iguales se repelen.
- Cargas eléctricas diferentes se atraen.

El átomo es similar a un pequeño sistema solar, con un núcleo central compuesto por protones y neutrones alrededor del cual orbitan libremente los electrones, así como lo harían los planetas alrededor del sol (Figura 2.2). Los protones tienen carga positiva, los electrones carga negativa y los neutrones como su nombre lo indica son partículas sin carga. Los protones tienen la misma cantidad de carga que los electrones solamente que ambas son de signo contrario. Un átomo tiene la misma cantidad de protones y de electrones por lo que su carga neta de este es cero (el átomo es neutro).

Figura 2.2 Configuración del átomo



El protón y el neutrón son partículas fijas en la materia, pero el electrón tiene movilidad, es por ello que las cargas positivas y negativas deben verse como la ganancia o pérdida de electrones por parte de los átomos, lo que crea un desbalance de la carga neta.

La unidad de carga eléctrica de acuerdo al Sistema Internacional de Unidades (SI) es el Coulomb, cuyo símbolo es C y nombrada así en honor al científico francés del siglo XVIII Charles Augustin de Coulomb, descubridor de la ley que lleva su nombre.

El electrón tiene una carga de: $-e = -1.6022 \times 10^{-19}C$

El protón tiene una carga de: $+e = 1.6022 \times 10^{-19}C$

2.2 Ley de Coulomb

La cuantificación de la atracción y repulsión de cargas eléctricas en términos de fuerza eléctrica, la estudió el científico francés del siglo XVIII, Charles Augustin de Coulomb, descubriendo la ley que lleva su nombre: Ley de Coulomb.

Coulomb estudió un tipo de cargas que se denominan cargas puntuales, es decir objetos que por su simetría (esférica) y distribución de carga uniforme, puede considerarse que toda la carga que almacenan se concentra en un solo punto en el espacio, su centro geométrico.

Mediante el uso de una balanza de torsión, Coulomb determinó que la fuerza entre dos cargas eléctricas puntuales Q_1 y Q_2 separadas una distancia r , como se ilustra en la Figura 2.3, tiene las siguientes propiedades:

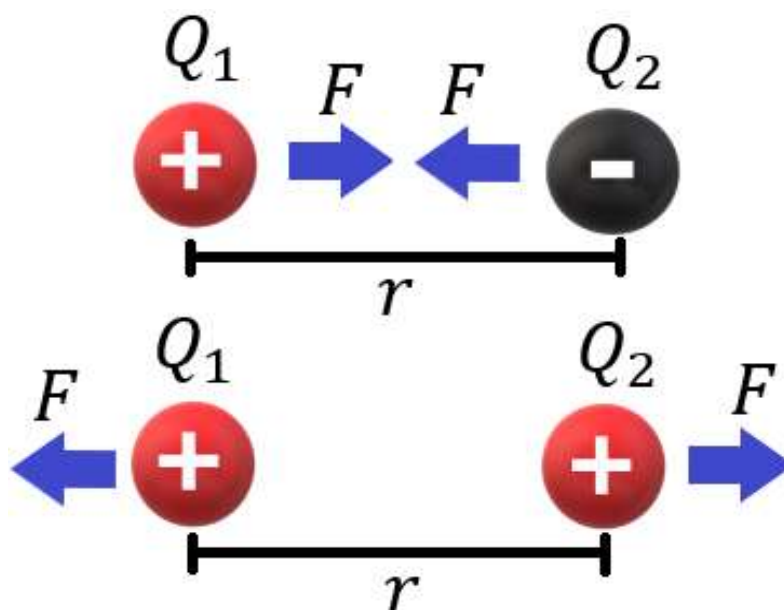
- La magnitud de la fuerza de atracción o repulsión entre las cargas es proporcional al producto de las cargas Q_1 y Q_2 .

$$F \propto Q_1 \cdot Q_2$$

- La magnitud de la fuerza es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia entre ellas.

$$F \propto \frac{1}{r^2}$$

Figura 2.3 Fuerza eléctrica entre dos cargas puntuales



Lo cual se conjunta en una sola expresión matemática:

$$F \propto \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2}$$

Y se transforma en una ecuación agregando la constante de proporcionalidad k . Dicha ecuación se conoce como la Ley de Coulomb, ésta se muestra a continuación:

$$F = k \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2}$$

Q_1 y Q_2 en Coulomb [C]

r en metros [m]

F en Newtons [N]

Coulomb calculó la constante de proporcionalidad k mediante el péndulo de torsión, obteniendo fuerzas eléctricas para pares de esferas cargadas, separadas a una distancia constante. Concluyó que el valor es:

$$k = 9 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2$$

Al aplicar la Ley de Coulomb se deben tener en cuenta los siguientes puntos:

- Cada una de las cargas Q_1 y Q_2 experimenta una fuerza eléctrica por separado.
- La magnitud de las fuerzas experimentadas tanto por la carga Q_1 como por Q_2 son iguales.
- La dirección de las fuerzas experimentadas tanto por la carga Q_1 como por Q_2 , siempre va en curso de la línea que une los centros de las cargas.
- El sentido de las fuerzas experimentadas tanto por la carga Q_1 como por Q_2 queda determinado por el signo de éstas. Cargas con el mismo signo se repelen y cargas con el mismo signo se atraen.

La fuerza es una cantidad vectorial por lo que se requiere conocer tanto la magnitud como la dirección para establecer completamente el vector. La Ley de Coulomb sólo nos sirve para calcular la magnitud de la fuerza F , por lo que los puntos anteriores nos ayudarán a establecer su dirección.

La Ley de Coulomb es una de las Leyes fundamentales de la Electricidad y el Magnetismo, la cual viene incluida en la primera ecuación de Maxwell, conocida como Ley de Gauss, y es la base para el entendimiento de la Electroestática, definida como: el estudio de las cargas eléctricas en reposo. La Ley de Coulomb rige muchas de las propiedades de la materia, ya que la fuerza de los enlaces químicos y propiedades como la fuerza de cohesión, dureza, ductilidad, tensión superficial, entre otras, es de origen eléctrico, producto de la atracción o repulsión de las partículas subatómicas.

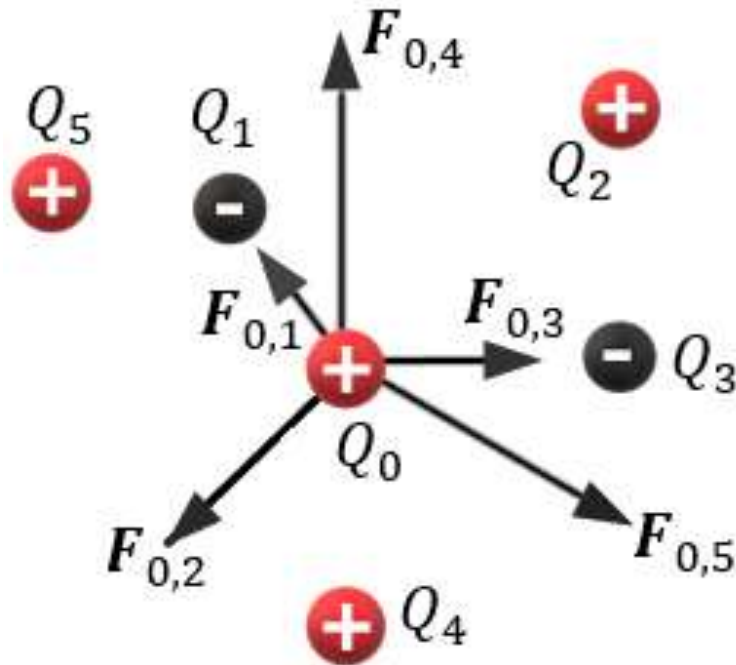
2.2.1 Fuerzas eléctricas entre cargas puntuales

Las fuerzas eléctricas entre cargas puntuales se calculan aplicando la Ley de Coulomb, siempre considerando el PRINCIPIO DE SUPERPOSICIÓN, cuando se tienen más de dos cargas (Figura 2.4).

El PRINCIPIO DE SUPERPOSICIÓN establece que: la fuerza eléctrica que experimenta una carga puntual Q_0 debido al efecto de n cargas puntuales ($Q_1, Q_2, Q_3, \dots, Q_n$), se puede calcular como la suma de las fuerzas eléctricas que experimenta Q_0 , con cada una de las n cargas puntuales ($Q_1, Q_2, Q_3, \dots, Q_n$).

$$F_0 = F_{0,1} + F_{0,2} + F_{0,3} + F_{0,4} + F_{0,5}$$

Figura 2.4. Principio de superposición



A continuación, se describe la metodología para realizar problemas de fuerza eléctrica con cargas puntuales, la cual aplica para cualquier problema en donde se utilice la Ley de Coulomb:

1. Encontrar la carga sobre la que se calculará la fuerza eléctrica neta (la denominamos Q_0).
2. Dibujar tu sistema de ejes cartesianos, cuyo origen sea la carga Q_0 sobre la que se calculará la fuerza neta.
3. Hacer el diagrama de fuerzas teniendo en cuenta los siguientes puntos:
 - La dirección de la fuerza, va en la línea que une los centros de las cargas Q_0 y Q_n , y tiene su origen en Q_0 .
 - El sentido de la fuerza experimentada por la carga Q_0 debido a Q_n , queda determinado por el signo de ambas. Cargas con el mismo signo se repelen y carga con el mismo signo se atraen.
4. Calcular las magnitudes de las fuerzas utilizando la Ley de Coulomb, no considerando el signo de la carga:

$$F = k \frac{|Q_1| \cdot |Q_2|}{r^2}$$

5. Descomponer las fuerzas en sus componentes en x y componentes en y y hacer la sumatoria de estos:

$$\sum F_x \quad \text{y} \quad \sum F_y$$

6. Obtener la magnitud de la fuerza eléctrica resultante aplicando la siguiente fórmula:

$$F_R = \sqrt{\sum F_x^2 + \sum F_y^2}$$

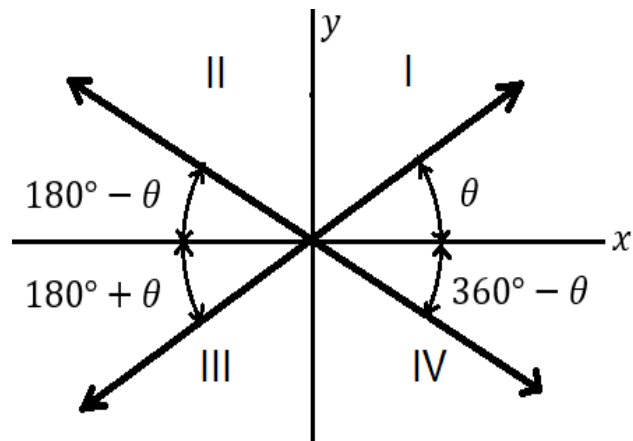
7. Obtener la dirección aplicando la siguiente fórmula, en donde el valor absoluto indica que no se consideran los signos de $\sum F_x$ o $\sum F_y$:

$$\theta = \arctan \left| \frac{\sum F_y}{\sum F_x} \right|$$

8. El ángulo θ no es el ángulo final ya que la fórmula solo te proporciona el ángulo agudo del vector con respecto al eje x . Para obtener el ángulo resultante θ_R , se debe observar en qué cuadrante se encuentra el vector resultante (Figura 2.5), y dependiendo de éste, se aplica para obtener el ángulo resultante θ_R , una de las cuatro ecuaciones que se muestran a continuación:

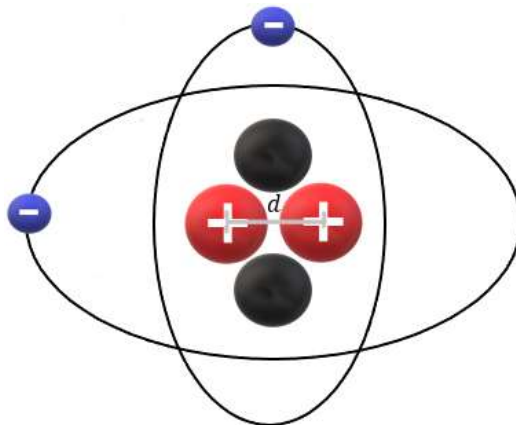
$$\begin{aligned}\theta_R &= \theta && \text{para cuadrante I} \\ \theta_R &= 180^\circ - \theta && \text{para cuadrante II} \\ \theta_R &= 180^\circ + \theta && \text{para cuadrante III} \\ \theta_R &= 360^\circ - \theta && \text{para cuadrante IV}\end{aligned}$$

Figura 2.5 Cálculo del ángulo resultante θ_R dependiendo del cuadrante



Ejemplo 1: El núcleo de un átomo de Helio está formado por dos neutrones y dos protones, en donde los últimos están separados por una distancia $d = 1.6 \text{ fm}$. Calcule la magnitud de la fuerza eléctrica de repulsión, entre los dos protones (Figura 2.6).

Figura 2.6. Átomo de Helio



La carga eléctrica del protón es:

$$+e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$$

El femtómetro, abreviado como (fm) es el equivalente a 10^{-15} m

Aplicando la Ley de Coulomb tenemos que:

$$F = k \frac{|+e| \cdot |+e|}{(1.6 \times 10^{-15} \text{ m})^2}$$

$$F = (9 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2) \frac{(1.6 \times 10^{-19} \text{ C})^2}{(1.6 \times 10^{-15} \text{ m})^2} = 90 \text{ N}$$

El cual es un resultado extraordinario, que demuestra la fuerza descomunal de repulsión entre los protones, en el núcleo de los átomos.

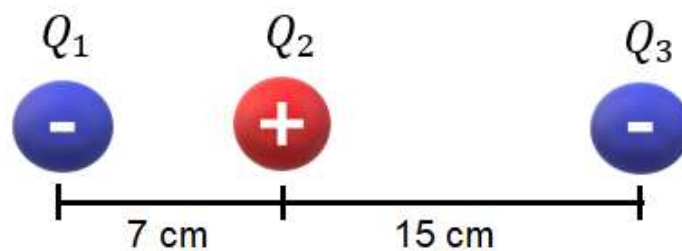
¿Cómo es posible que los protones se mantengan juntos en el núcleo, sin salir proyectados?

Existe un tipo de fuerza entre protones y neutrones llamada fuerza nuclear fuerte, la cual es superior a la fuerza eléctrica, aunque con un alcance muy corto y es la causante de que los protones se mantengan juntos en el núcleo del átomo, a pesar de las fuerzas extraordinarias de repulsión.

Con este ejercicio se demuestra que, en un solo átomo existen grandes fuerzas eléctricas contenidas en su núcleo, que al ser liberadas mediante la división del éste (fisión), dan origen a la energía nuclear.

Ejemplo 2: Calcular la fuerza eléctrica resultante en la carga Q_3 en el sistema que se muestra en la Figura 2.7, si tenemos que $Q_1 = -4.8 \times 10^{-6}C$, $Q_2 = 12.4 \times 10^{-6}C$ y $Q_3 = -2.7 \times 10^{-6}C$.

Figura 2.7 Bosquejo del ejemplo 2



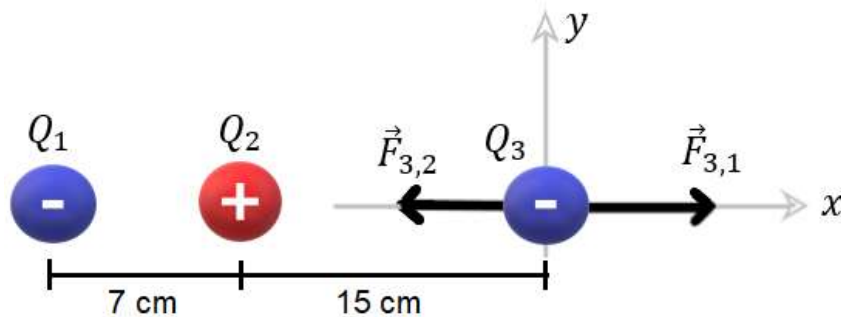
Paso 1: la carga sobre la que se calculará la carga neta será Q_3 .

Paso 2: dibujar sistema de ejes coordenados cuyo origen sea la carga Q_3 (Figura 2.8).

Paso 3: hacer diagrama de fuerzas (Figura 2.8).

- La fuerza eléctrica experimentada por Q_3 debido a la carga Q_1 es de repulsión al ser ambas cargas del mismo signo, por lo que la fuerza $\vec{F}_{3,1}$ tiene un ángulo de 0° con respecto al eje x .
- La fuerza eléctrica experimentada por Q_3 debido a la carga Q_2 es de atracción al ser ambas cargas de signo contrario, por lo que la fuerza $\vec{F}_{3,2}$ tiene un ángulo de 180° con respecto al eje x .

Figura 2.8 Diagrama de fuerzas



Paso 4: calcular las magnitudes de las fuerzas empleando la Ley de Coulomb:

$$F_{3,1} = k \frac{|Q_3| |Q_1|}{(22 \times 10^{-2} m)^2}$$

$$F_{3,1} = (9 \times 10^9 N \cdot m^2 / C^2) \frac{(2.7 \times 10^{-6} C)(4.8 \times 10^{-6} C)}{(22 \times 10^{-2} m)^2} = 2.410 N$$

$$F_{3,2} = k \frac{|Q_3| \cdot |Q_2|}{(15 \times 10^{-2} m)^2}$$

$$F_{3,2} = (9 \times 10^9 N \cdot m^2 / C^2) \frac{(2.7 \times 10^{-6} C)(12.4 \times 10^{-6} C)}{(15 \times 10^{-2} m)^2} = 13.392 N$$

Paso 5: descomponer las fuerzas en sus componentes en x y componentes en y para hacer la sumatoria de estos:

$$\sum F_x = \vec{F}_{3,1} \cos 0^\circ + \vec{F}_{3,2} \cos 180^\circ = 2.410 N \cos 0^\circ + 13.392 \cos 180^\circ$$

$$\sum F_x = -10.982 N$$

$$\sum F_y = 0$$

Paso 6: obtener la magnitud de la fuerza eléctrica resultante, aplicando la siguiente fórmula:

$$F_R = \sqrt{\sum F_x^2 + \sum F_y^2}$$

$$F_R = \sqrt{(-10.982 N)^2 + (0)^2}$$

$$F_R = \mathbf{10.982 N}$$

Paso 7: encontrar la dirección del vector F_R . El símbolo de valor absoluto indica que no se toman en cuenta los signos de $\sum F_x$ y $\sum F_y$:

$$\theta = \arctan \left| \frac{\sum F_y}{\sum F_x} \right|$$

$$\theta = \arctan \frac{0 N}{10.982 N} = 0^\circ$$

Paso 8: para encontrar el ángulo resultante θ_R se debe determinar en qué cuadrante está el vector resultante, por el signo de las componentes de $\sum F_x$ y $\sum F_y$. De $\sum F_x = -$ y $\sum F_y = +$ por lo que podemos decir que el vector resultante estará en el segundo cuadrante.

Aplicando la fórmula correspondiente para segundo cuadrante tenemos que:

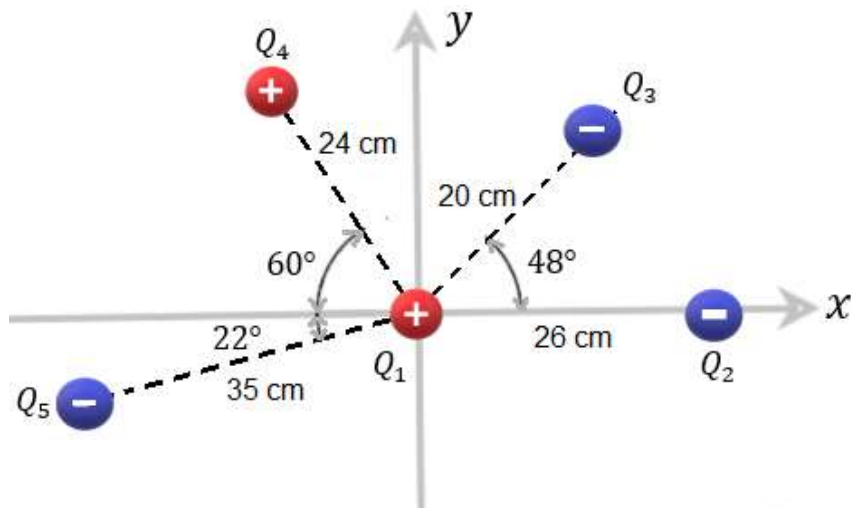
$$\theta_R = 180^\circ - \theta$$

$$\theta_R = 180^\circ - 0^\circ$$

$$\theta_R = \mathbf{180^\circ}$$

Ejemplo 3: Calcular la fuerza eléctrica resultante en la carga Q_1 en el sistema que se muestra Figura 2.9, si tenemos que $Q_1 = 17.9 \times 10^{-6}C$, $Q_2 = -14.5 \times 10^{-6}C$, $Q_3 = -6.2 \times 10^{-6}C$, $Q_4 = 21 \times 10^{-6}C$ y $Q_5 = -9 \times 10^{-6}C$.

Figura 2.9 Bosquejo del ejemplo 3



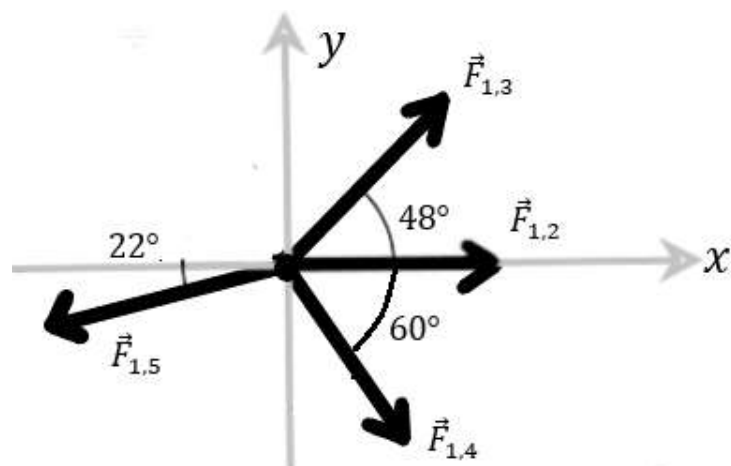
Paso 1: la carga sobre la que se calculará la carga neta será Q_1 .

Paso 2: el sistema de ejes coordenados cuyo origen sea la carga Q_1 ya viene trazado en el problema.

Paso 3: hacer diagrama de fuerzas (Figura 2.10).

- La fuerza eléctrica experimentada por Q_1 debido a la carga Q_2 es de atracción al ser ambas cargas de signo contrario, por lo que la fuerza $\vec{F}_{1,2}$ tiene un ángulo de 0° con respecto al eje x .
- La fuerza eléctrica experimentada por Q_1 debido a la carga Q_3 es de atracción al ser ambas cargas de signo contrario, por lo que la fuerza $\vec{F}_{1,3}$ tiene un ángulo de 48° con respecto al eje x .
- La fuerza eléctrica experimentada por Q_1 debido a la carga Q_4 es de repulsión al ser ambas cargas de signos iguales, por lo que la fuerza $\vec{F}_{1,4}$ tiene un ángulo de 300° con respecto al eje x .
- La fuerza eléctrica experimentada por Q_1 debido a la carga Q_5 es de atracción al ser ambas cargas de signo contrario, por lo que la fuerza $\vec{F}_{1,5}$ tiene un ángulo de 202° con respecto al eje x .

Figura 2.10 Diagrama de fuerzas



Paso 4: calcular las magnitudes de las fuerzas empleando la Ley de Coulomb:

$$F_{1,2} = k \frac{|Q_1| \cdot |Q_2|}{(26 \times 10^{-2} m)^2}$$

$$F_{1,2} = (9 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2) \frac{(17.9 \times 10^{-6})(14.5 \times 10^{-6} \text{ C})}{(26 \times 10^{-2} \text{ m})^2} = 34.555 \text{ N}$$

$$F_{1,3} = k \frac{|Q_1| \cdot |Q_3|}{(20 \times 10^{-2} \text{ m})^2}$$

$$F_{1,3} = (9 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2) \frac{(17.9 \times 10^{-6})(6.2 \times 10^{-6} \text{ C})}{(20 \times 10^{-2} \text{ m})^2} = 24.971 \text{ N}$$

$$F_{1,4} = k \frac{|Q_1| \cdot |Q_4|}{(24 \times 10^{-2} \text{ m})^2}$$

$$F_{1,4} = (9 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2) \frac{(17.9 \times 10^{-6})(21 \times 10^{-6} \text{ C})}{(24 \times 10^{-2} \text{ m})^2} = 58.734 \text{ N}$$

$$F_{1,5} = k \frac{|Q_1| \cdot |Q_5|}{(35 \times 10^{-2} \text{ m})^2}$$

$$F_{1,5} = (9 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2) \frac{(17.9 \times 10^{-6})(9 \times 10^{-6} \text{ C})}{(35 \times 10^{-2} \text{ m})^2} = 11.835 \text{ N}$$

Paso 5: descomponer las fuerzas en sus componentes en x y componentes en y y hacer la sumatoria de estos:

$$\sum F_x = \vec{F}_{1,2} \cos 0^\circ + \vec{F}_{1,3} \cos 48^\circ + \vec{F}_{1,4} \cos 300^\circ + \vec{F}_{1,5} \cos 202^\circ$$

$$\sum F_x = 34.555 \text{ N} \cos 0^\circ + 24.971 \text{ N} \cos 48^\circ + 58.734 \text{ N} \cos 300^\circ + 11.835 \text{ N} \cos 202^\circ = 69.658 \text{ N}$$

$$\sum F_x = 69.658 \text{ N}$$

$$\sum F_y = \vec{F}_{1,2} \sin 0^\circ + \vec{F}_{1,3} \sin 48^\circ + \vec{F}_{1,4} \sin 300^\circ + \vec{F}_{1,5} \sin 202^\circ$$

$$\sum F_y = 34.555 \text{ N} \sin 0^\circ + 24.971 \text{ N} \sin 48^\circ + 58.734 \text{ N} \sin 300^\circ + 11.835 \text{ N} \sin 202^\circ = -36.742 \text{ N}$$

$$\sum F_y = -36.742 \text{ N}$$

Paso 6: obtener la magnitud de la Fuerza eléctrica resultante aplicando la siguiente fórmula:

$$F_R = \sqrt{\sum F_x^2 + \sum F_y^2}$$

$$F_R = \sqrt{(69.658 \text{ N})^2 + (-36.742 \text{ N})^2}$$

$$F_R = \mathbf{78.754 \text{ N}}$$

Paso 7: encontrar la dirección del vector F_R . El símbolo de valor absoluto indica que no se toman en cuenta los signos de $\sum F_x$ y $\sum F_y$:

$$\theta = \arctan \left| \frac{\sum F_y}{\sum F_x} \right|$$

$$\theta = \arctan \frac{36.742 \text{ N}}{69.658 \text{ N}} = 27.810^\circ$$

Paso 8: para encontrar el ángulo resultante θ_R se debe determinar en qué cuadrante está el vector resultante, por el signo de las componentes de $\sum F_x$ y $\sum F_y$. De $\sum F_x = +$ y $\sum F_y = -$ por lo que podemos decir que el vector resultante estará en el cuarto cuadrante.

Aplicando la fórmula correspondiente para cuarto cuadrante tenemos que:

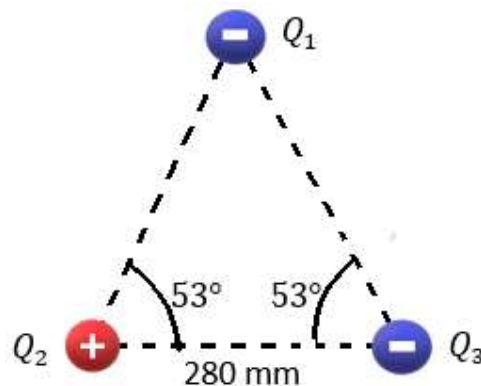
$$\theta_R = 360^\circ - \theta$$

$$\theta_R = 360^\circ - 27.810^\circ$$

$$\theta_R = 332.190^\circ$$

Ejemplo 4: Calcular la fuerza eléctrica resultante en la carga Q_1 en el sistema que se muestra Figura 2.11, si tenemos que $Q_1 = -9.7 \times 10^{-6}C$, $Q_2 = -3.6 \times 10^{-6}C$ y $Q_3 = 8.4 \times 10^{-6}C$.

Figura 2.11 Bosquejo del ejemplo 4.



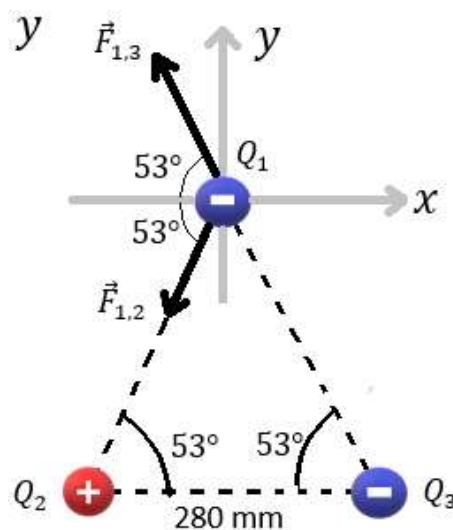
Paso 1: la carga sobre la que se calculará la carga neta será Q_1 .

Paso 2: dibujar sistema de ejes coordenados cuyo origen sea la carga Q_1 (Figura 2.12).

Paso 3: hacer diagrama de fuerzas (Figura 2.11).

- La fuerza eléctrica experimentada por Q_1 debido a la carga Q_2 es de atracción al ser ambas cargas de signo contrario, por lo que la fuerza $\vec{F}_{1,2}$ tiene un ángulo de 233° con respecto al eje x .
- La fuerza eléctrica experimentada por Q_1 debido a la carga Q_3 es de repulsión al ser ambas cargas del mismo signo, por lo que la fuerza $\vec{F}_{1,3}$ tiene un ángulo de 127° con respecto al eje x .

Figura 2.12 Diagrama de fuerzas



Paso 4: hay que obtener la distancia entre Q_1 y Q_2 además de Q_1 y Q_3 . Tenemos un triángulo isósceles, por lo que ambas distancias son iguales y se nombrarán como d . Para calcular la distancia d hacemos uso de la función trigonométrica coseno como que muestra a continuación:

$$\cos 53^\circ = \frac{\frac{1}{2}(280)}{d} \quad d = \frac{\frac{1}{2}(280)}{\cos 53^\circ}$$

$$d = 232.630 \text{ mm}$$

Ahora ya podemos aplicar la Ley de Coulomb para encontrar las magnitudes de las fuerzas $\vec{F}_{1,2}$ y $\vec{F}_{1,3}$:

$$F_{1,2} = k \frac{|Q_1| \cdot |Q_2|}{(232.630 \times 10^{-3} \text{ m})^2}$$

$$F_{1,2} = (9 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2) \frac{(9.7 \times 10^{-6} \text{ C})(3.6 \times 10^{-6} \text{ C})}{(232.630 \times 10^{-3} \text{ m})^2} = 5.807 \text{ N}$$

$$F_{1,3} = k \frac{|Q_1| \cdot |Q_3|}{(232.630 \times 10^{-3} \text{ m})^2}$$

$$F_{1,3} = (9 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2) \frac{(9.7 \times 10^{-6} \text{ C})(8.4 \times 10^{-6} \text{ C})}{(232.630 \times 10^{-3} \text{ m})^2} = 13.551 \text{ N}$$

Paso 5: descomponer las fuerzas en sus componentes en x y componentes en y y hacer la sumatoria de estos:

$$\sum F_x = \vec{F}_{1,2} \cos 233^\circ + \vec{F}_{1,3} \cos 127^\circ$$

$$\sum F_x = 5.807 \text{ N} \cos 233^\circ + 13.551 \text{ N} \cos 127^\circ$$

$$\sum F_x = -11.650 \text{ N}$$

$$\sum F_y = \vec{F}_{1,2} \sin 233^\circ + \vec{F}_{1,3} \sin 127^\circ$$

$$\sum F_y = 5.807 \text{ N} \sin 233^\circ + 13.551 \text{ N} \sin 127^\circ$$

$$\sum F_y = 6.185 \text{ N}$$

Paso 6: obtener la magnitud de la fuerza eléctrica resultante aplicando la siguiente fórmula:

$$F_R = \sqrt{\sum F_x^2 + \sum F_y^2}$$

$$F_R = \sqrt{(-11.650 \text{ N})^2 + (6.185 \text{ N})^2}$$

$$F_R = \mathbf{13.190 \text{ N}}$$

Paso 7: encontrar la dirección del vector F_R . El símbolo de valor absoluto indica que no se toman en cuenta los signos de $\sum F_x$ y $\sum F_y$:

$$\theta = \arctan \left| \frac{\sum F_y}{\sum F_x} \right|$$

$$\theta = \arctan \frac{6.185 \text{ N}}{11.650 \text{ N}} = 27.964^\circ$$

Paso 8: para encontrar el ángulo resultante θ_R se debe determinar en qué cuadrante está el vector resultante, por el signo de las componentes de $\sum F_x$ y $\sum F_y$. De $\sum F_x = -$ y $\sum F_y = +$ por lo que podemos decir que el vector resultante estará en el segundo cuadrante.

Aplicando la fórmula correspondiente para cuarto cuadrante tenemos que:

$$\theta_R = 180^\circ - \theta$$

$$\theta_R = 180^\circ - 27.96^\circ$$

$$\theta_R = 152.04^\circ$$

2.2.2 La carga está cuantizada

La palabra cuantizado significa que existen unidades mínimas para expresar la materia, energía o la carga, dichas unidades no se pueden dividir y su múltiplo entero es la base sobre la que se construye cualquier cantidad mayor. En el pasado se creía que no existían unidades mínimas y en el caso de la materia, podríamos tomar un trozo y dividirlo un número infinito de veces sin tener un límite. Hoy sabemos que esa división nos lleva a un límite: el átomo, cuyo nombre en griego significa “indivisible”, más allá de ello, los elementos químicos perderían sus propiedades características.

Lo mismo sucede con la carga eléctrica, cualquier carga que exista en la naturaleza, si la dividimos hasta llegar a la unidad más pequeña, encontramos la carga del electrón o el protón. La carga del electrón o el protón, son la carga mínima encontrada en la naturaleza (actualmente se investigan los quarks) y son las unidades fundamentales sobre las que se construye cualquier carga eléctrica en el universo. Cualquier carga eléctrica por muy grande que sea, es un múltiplo entero de la carga eléctrica del electrón o el protón lo que se expresa en la siguiente ecuación.

$$Q = \pm n \cdot e$$

Q es cualquier carga en la naturaleza

n es un número entero

e es la magnitud de la carga del electrón $e = 1.6 \times 10^{-19} C$

Ejemplo 5: Encontrar la carga eléctrica total de todos los electrones que se encuentran en 10 gramos de hierro y convertirla a su equivalente en mAh.

Tenemos que encontrar el número de átomos que existen en 10 gramos de hierro, para ello consultamos la Tabla periódica, en específico el número atómico y la masa atómica.

Número atómico de Fe = 26

Masa atómica de Fe = 55.845 g/mol

Si tenemos que $1 \text{ mol} = 6.023 \times 10^{23} \text{ átomos}$

$$\left(\frac{6.023 \times 10^{23} \text{ átomos Fe}}{55.845 \text{ g}} \right) (10 \text{ g}) = 1.079 \times 10^{23} \text{ átomos Fe}$$

El número de átomos de Fe en 10 gramos es 1.079×10^{23} .

Para encontrar el número de protones haremos uso del número atómico del Fe, que corresponde al número de protones que se encuentran en el núcleo del átomo de Hierro (26).

$$(1.079 \times 10^{23} \text{ átomos de Fe}) \left(26 \frac{\text{protones}}{\text{átomo Fe}} \right) = 2.805 \times 10^{24} \text{ protones Fe}$$

Aplicando la ecuación de cuantización de carga eléctrica tenemos que:

$$Q = +(2.805 \times 10^{24} \text{ protones Fe}) (1.6 \times 10^{-19} C)$$

$$Q = 448\,800\text{ C}$$

El miliampere-hora es una unidad de carga, muy usada en el ámbito de las baterías y su equivalente en Coulombs es: $1\text{ mAh} = 3.6\text{ C}$, haciendo la conversión tenemos que:

$$448\,800\text{ C} \left(\frac{1\text{ mAh}}{3.6\text{ C}} \right)$$

$$Q = 124\,666.67\text{ mAh}$$

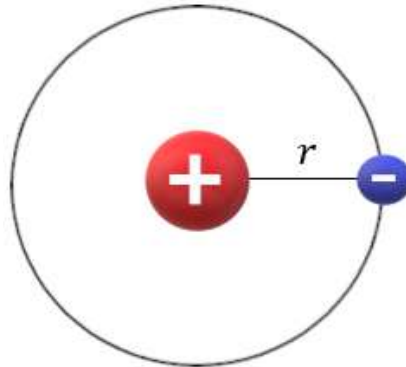
La batería de un celular promedio almacena 3000 mAh de carga, por lo que un trozo de 10 gramos de hierro podría alimentar aproximadamente 41 baterías con carga completa, lo que demuestra la gran cantidad de energía almacenada hasta en el trozo más pequeño de materia.

Evalúe lo aprendido...

Instrucciones: Resuelva los problemas que se muestran a continuación:

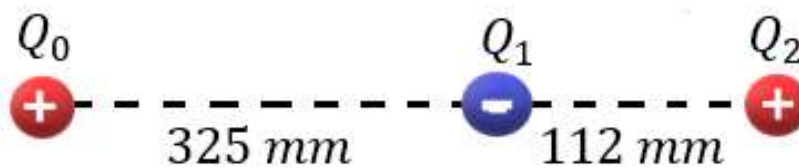
1. Calcule la magnitud de la fuerza eléctrica, entre el protón y el electrón en un átomo de hidrógeno, si la distancia promedio que los separa es $r = 5.3 \times 10^{-11}m$ (Figura 1).

Figura 1. Átomo de hidrógeno



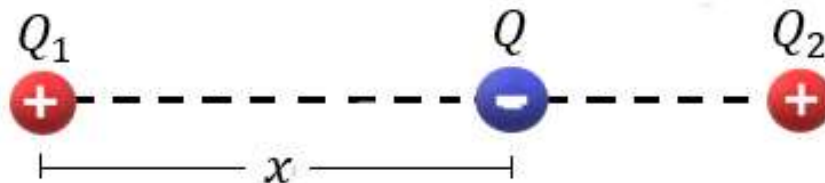
2. Calcule la magnitud y dirección de la fuerza eléctrica que experimenta la carga Q_2 (Figura 2), si $Q_0 = 5.6 \times 10^{-6}C$ y $Q_1 = -8.1 \times 10^{-6}C$ y $Q_2 = 2.45 \times 10^{-6}C$.

Figura 2



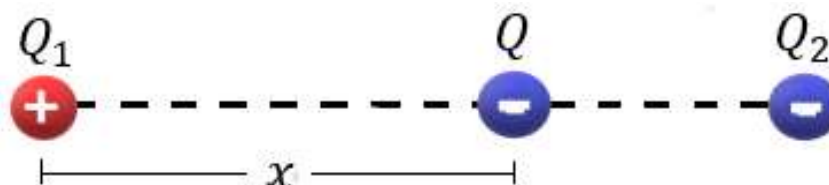
3. Encuentre la distancia x a la cual una carga Q experimenta una fuerza eléctrica de cero, en el sistema de cargas puntuales que se observa en la Figura 3. $Q_1 = 12 C$, $Q_2 = 7 C$ y la distancia entre esas es igual a $2 m$.

Figura 3



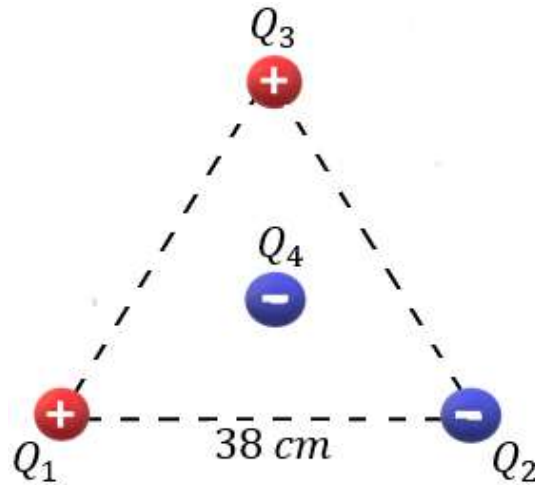
4. Encuentre la distancia x a la cual una carga Q experimenta una fuerza eléctrica de cero, en el sistema de cargas puntuales que se observa en la Figura 4. $Q_1 = 5 C$, $Q_2 = -18 C$ y la distancia entre estas es igual a $5 m$.

Figura 4



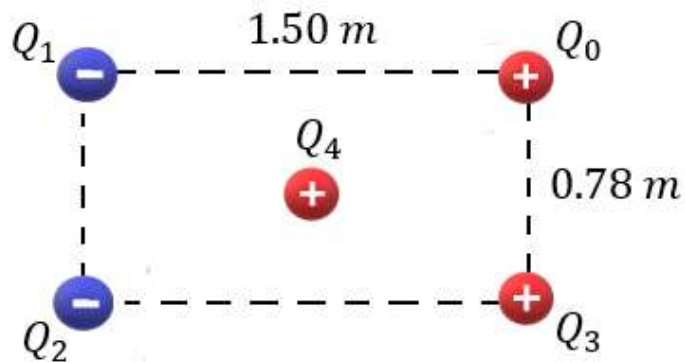
5. Calcule la magnitud y dirección de la fuerza eléctrica que experimenta Q_4 (Figura 5) sí: $Q_1 = 8.65 \mu\text{C}$, $Q_2 = -11.6 \mu\text{C}$, $Q_3 = 5.6 \mu\text{C}$, $Q_4 = -9.22 \mu\text{C}$ y el triángulo es del tipo equilátero.

Figura 5



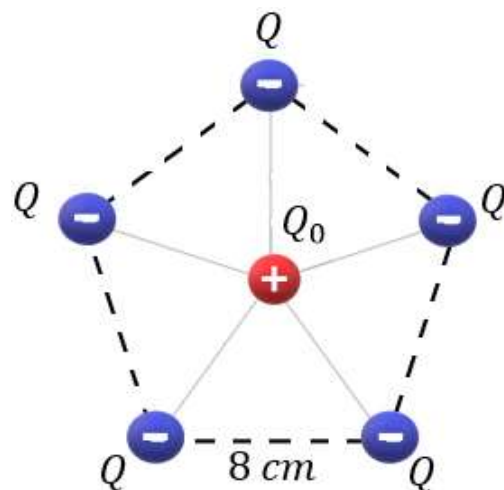
6. Calcule la magnitud y dirección de la fuerza eléctrica que experimenta Q_0 (Figura 6) sí: $Q_0 = 4.9 \text{ mC}$, $Q_1 = -7.2 \text{ mC}$, $Q_2 = -10.5 \text{ mC}$, $Q_3 = 3.1 \text{ mC}$ y $Q_4 = 5.3 \text{ mC}$.

Figura 6



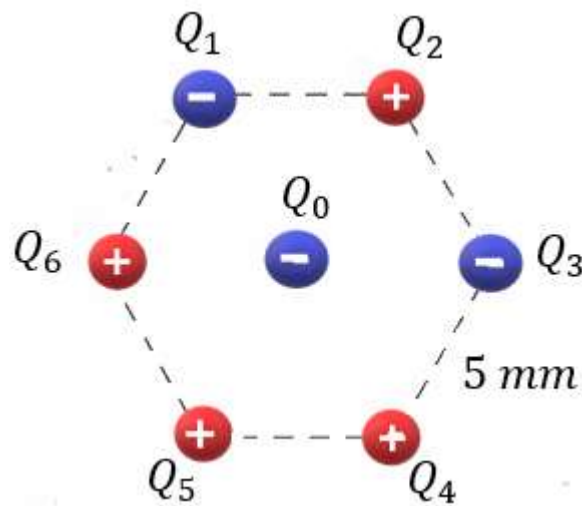
7. Demuestre que la fuerza eléctrica experimentada por Q_0 es cero, para el sistema de cargas observado en la Figura 7, cuya geometría es la de un pentágono regular.

Figura 7



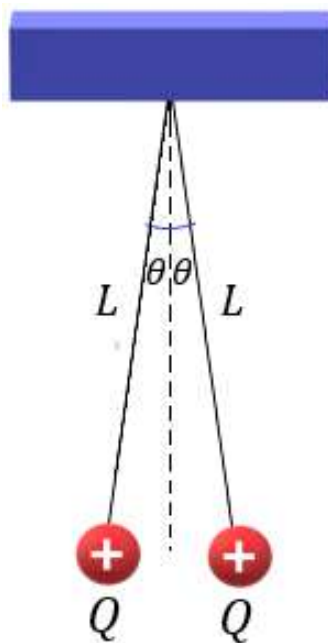
8. Calcule la fuerza eléctrica que experimenta Q_0 , para el sistema de cargas observado en la Figura 8, cuya geometría es la de un hexágono regular y el valor de sus cargas es: $Q_0 = -32 \text{ nC}$, $Q_1 = -25 \text{ nC}$, $Q_2 = 28 \text{ nC}$, $Q_3 = -35 \text{ nC}$ y $Q_4 = 46 \text{ nC}$, $Q_5 = 37 \text{ nC}$, $Q_6 = 29 \text{ nC}$.

Figura 8



9. Calcule el valor la carga Q , necesaria para que el sistema se encuentre en equilibrio (Figura 9) con las condiciones que se mencionan a continuación: $\theta = 3^\circ$, $L = 15 \text{ cm}$ y la masa de cada esfera es $m = 0.5 \text{ g}$.

Figura 9



10. Encuentre la carga eléctrica total de todos los protones que se encuentran en 1 gramo de uranio 235 y convierta a su equivalente en mAh.

Capítulo 3 Campo Eléctrico

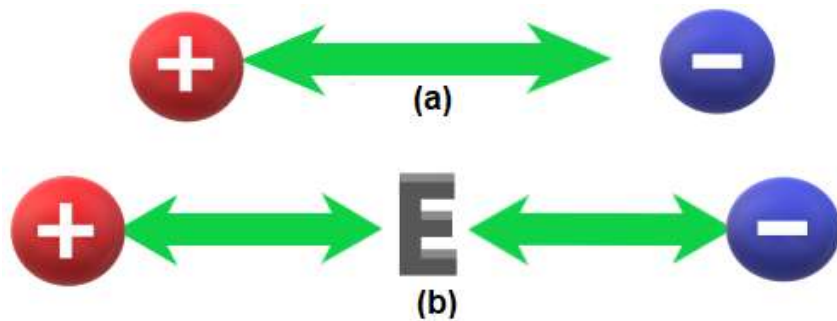
Objetivos

- El estudiante identificará el concepto relativo a campo eléctrico y será capaz de llevar a cabo su determinación.
- El estudiante definirá línea de fuerza y el procedimiento para su trazado.
- El estudiante tendrá conocimiento con respecto a la Ley de Gauss.

El concepto de *campo* vino a revolucionar la forma en que entendemos las teorías y Leyes de la Física. Tiene su origen en el planteamiento hecho por Faraday (1791-1867), sobre la existencia de líneas de fuerza alrededor de los imanes, a las que llamó campo magnético; después surgen con Maxwell (1831-1879) los conceptos de campo eléctrico y electromagnético, formando parte esencial de las cuatro ecuaciones que éste plantea (ecuaciones de Maxwell) y que explican todos los fenómenos electromagnéticos de la naturaleza, incluyendo las ondas de radio y la luz. Con la teoría de la relatividad general de Einstein (1915), se consolida el concepto de campo, con su disertación acerca del origen del campo gravitacional. En la actualidad existe un gran esfuerzo por parte de los científicos, para desarrollar una teoría que unifique los conceptos de campo electromagnético y campo gravitatorio (teoría del campo unificado), los cuales se consideran dos de las cuatro interacciones fundamentales del universo.

Antes de que surgiera el concepto de campo, las fuerzas del tipo gravitatorio o eléctrico (las cuales tienen la particularidad de manifestarse sin ningún contacto directo entre objetos), se explicaban de una forma rudimentaria, mediante la noción de acción a distancia, la cual plantea que la fuerza experimentada por un objeto con propiedades como carga o masa, es consecuencia directa de la presencia de otro objeto con la misma propiedad y cualquier cambio en la posición de éstos, genera cambios instantáneos en las fuerzas experimentadas. La acción a distancia plantea entonces que la fuerza entre cargas eléctricas (o masas) es producto de la interacción directa entre éstas, sin ningún tipo de intermediario y actuando de forma instantánea.

Figura 3.1 (a) Interacción directa carga-carga; (b) interacción carga-campo-carga.



Un concepto moderno que refuta la idea de la acción a distancia, es el que hace referencia al campo. Una carga eléctrica produce un campo en el espacio que la rodea, y cualquier otra carga que quede inmersa en dicho campo, experimenta una fuerza debido a la interacción con éste, quedando descartada la interacción directa carga-carga y siendo sustituida por la interacción indirecta carga-campo-carga, en la cual el campo es considerado como un intermediario (Figura 3.1). El concepto de campo respeta a la teoría de la relatividad, ya que cualquier cambio en la posición de una carga, produce un cambio en el campo eléctrico que la rodea a una velocidad menor o igual a la de la luz, descartando cambios instantáneos en la fuerza eléctrica.

3.1 Campo eléctrico de cargas puntuales

El campo eléctrico \vec{E} es una magnitud vectorial cuya unidad es el *Newton / Coulomb* [N/C].

Existen dos casos básicos en el estudio del campo eléctrico:

1. Carga puntual que produce un campo eléctrico en el espacio que la rodea.
2. Carga de prueba que se introduce en un campo y experimenta una fuerza eléctrica.

En esta sección estudiaremos el primer caso.

3.1.1 Magnitud del campo eléctrico producido por una carga puntual

Las cargas puntuales generan un campo eléctrico en cualquier punto del espacio que las rodea y cuya magnitud viene dada por la ecuación (1):

$$E = k \frac{Q}{r^2} \quad (1)$$

En donde:

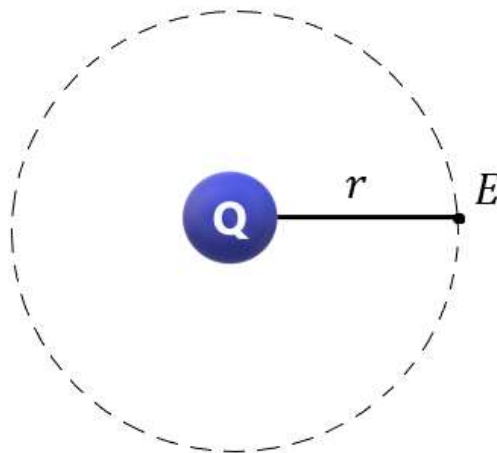
Q corresponde a la magnitud de la carga puntual en Coulomb [C]

r es la distancia en metros entre la carga y un punto del espacio donde se calcula E

k es la constante de Coulomb cuya magnitud es $9 \times 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2}$

La ecuación (1) se deriva de la Ley de Coulomb. Como se observa, el campo eléctrico es directamente proporcional a la magnitud de la carga eléctrica e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia entre la carga y el punto del espacio donde se calcula. Por ejemplo, si la magnitud de la carga puntual aumenta al triple, el campo que la rodea aumenta al triple y si la carga disminuye a la mitad el campo también lo hace. Con la distancia es diferente, si la distancia se incrementa al doble, el campo disminuye a un cuarto de su valor original y si la distancia se incrementa al triple el campo disminuye a un noveno.

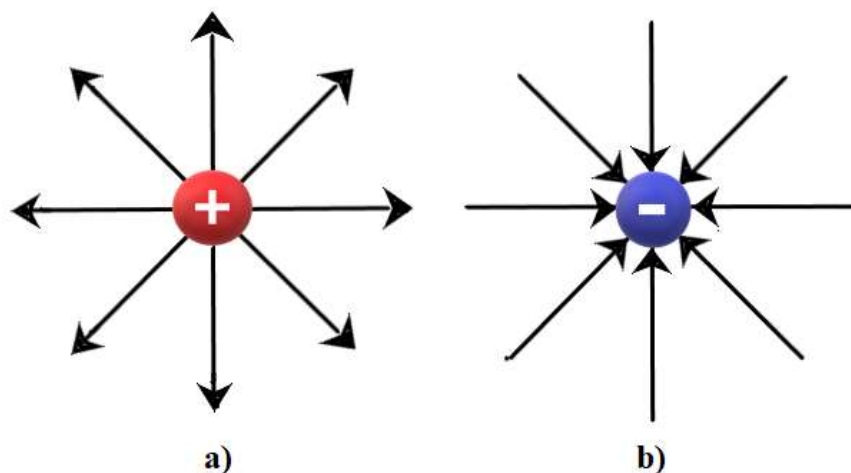
Figura 3.2 Campo eléctrico de una carga puntual



3.1.2 Dirección del campo eléctrico producido por carga puntual

La dirección del campo eléctrico generado por una carga puntual positiva, es radial hacia afuera y en una carga puntual negativa, radial hacia adentro como se observa en la Figura 3.3.

Figura 3.3 Dirección del campo eléctrico en cargas puntuales a) positivas y b) negativas



3.1.3 Campo eléctrico resultante

El campo eléctrico en un punto del espacio puede tener su origen debido a la influencia de más de una carga eléctrica puntual, y su cálculo implica considerar el Principio de superposición. El Principio de superposición establece que: el campo eléctrico resultante en un punto del espacio P y originado por n cargas puntuales ($Q_1, Q_2, Q_3, \dots, Q_n$), se calcula como la suma vectorial de los campos eléctricos individuales en P .

$$E_R = E_1 + E_2 + E_3 + E_4 + E_5 \quad (2)$$

El Principio de superposición no es de ninguna manera lógico y se podría pensar que al haber más de una carga puntual originando el campo eléctrico, dichas cargas a su vez interactuarán entre sí, modificando el campo eléctrico que cada una produce de manera individual, ocasionando que la ecuación (2) no fuera válida. Afortunadamente dicho fenómeno no sucede en la realidad y reduce nuestro problema a uno del tipo lineal.

A continuación, se describe la metodología para realizar problemas de campo eléctrico resultante, la cual aplica para cualquier problema con cargas puntuales:

1. Encontrar el punto sobre el que se calculará el campo eléctrico neto (lo denominamos P).
2. Dibujar el sistema de ejes cartesianos, cuyo origen sea el punto P , sobre el que se calculará el campo neto.
3. Hacer el diagrama de fuerzas teniendo en cuenta los siguientes puntos:
 - Los vectores de campo eléctrico tienen su punto inicial en P .
 - La dirección del campo eléctrico, va en la línea que une el centro de la carga Q y el punto P .
 - El sentido del campo queda determinado por el signo de la carga. Si ésta es positiva, la flecha apunta alejándose de la carga; si es negativa, la flecha apunta hacia la carga (ver Figura 3.3).
4. Calcular las magnitudes de los campos eléctricos utilizando la Ley de Coulomb, no considerando el signo de la carga:

$$E = k \frac{|Q|}{r^2} \quad (3)$$

5. Descomponer los campos en sus componentes en x y componentes en y , hacer la sumatoria de estos:

$$\sum E_x \quad y \quad \sum E_y \quad (4)$$

6. Obtener la magnitud del campo eléctrico resultante aplicando la siguiente fórmula:

$$F_R = \sqrt{\sum E_x^2 + \sum E_y^2} \quad (5)$$

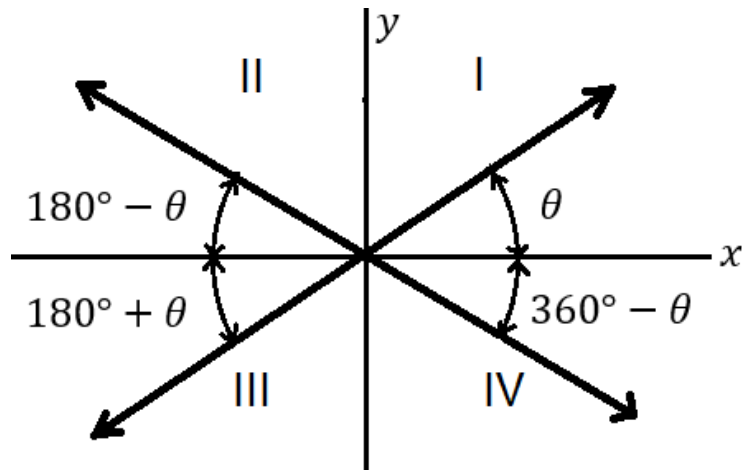
7. Obtener la dirección aplicando la siguiente fórmula, en donde el valor absoluto indica que no se consideran los signos de $\sum E_x$ o $\sum E_y$:

$$\theta = \arctan \left| \frac{\sum E_y}{\sum E_x} \right| \quad (6)$$

8. El ángulo θ no es el ángulo final, ya que la fórmula solo te proporciona el ángulo agudo del vector con respecto al eje x . Para obtener el ángulo resultante θ_R , se debe observar en qué cuadrante se encuentra el vector resultante, y dependiendo de éste, se aplica para obtener el ángulo resultante θ_R , una de las cuatro ecuaciones que se muestran a continuación y, cuya representación se puede visualizar en la Figura 3.4:

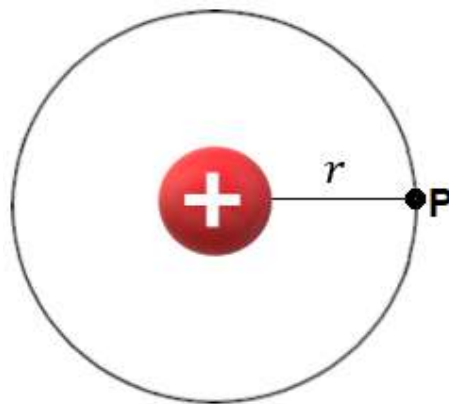
$$\begin{aligned}\theta_R &= \theta && \text{para cuadrante I} \\ \theta_R &= 180^\circ - \theta && \text{para cuadrante II} \\ \theta_R &= 180^\circ + \theta && \text{para cuadrante III} \\ \theta_R &= 360^\circ - \theta && \text{para cuadrante IV}\end{aligned}$$

Figura 3.4 Cálculo del ángulo resultante θ_R dependiendo del cuadrante.



Ejemplo 1: Encuentre el campo eléctrico que ejerce el átomo de Hidrógeno (Figura 3.5) a una distancia de 53 pm de su núcleo.

Figura 3.5 Bosquejo del ejemplo 1



La carga eléctrica del protón es:

$$+e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$$

El picómetro, abreviado como (pm) es el equivalente a 10^{-12} m .

Aplicando la Ley de Coulomb para campo eléctrico tenemos que:

$$E = k \frac{|+e|}{(53 \times 10^{-12} \text{ m})^2}$$

$$E = (9 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2) \frac{(1.6 \times 10^{-19} \text{ C})}{(53 \times 10^{-12} \text{ m})^2} = 5.126 \times 10^{11} \text{ N/C}$$

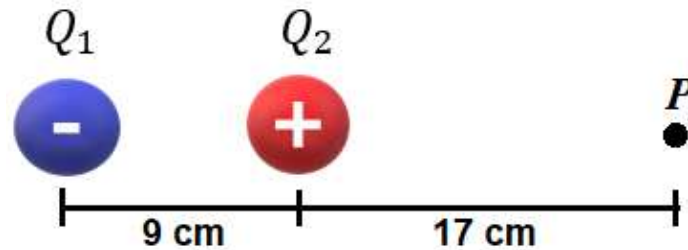
53 pm es la distancia promedio a la que orbita el electrón en el átomo de Hidrógeno, lo que demuestra, el gran campo eléctrico al que se encuentra sometido y que lo atrae hacia el centro del núcleo.

¿Cómo es posible que el electrón no caiga al núcleo por la acción del campo eléctrico?

El estado energético del átomo (temperatura) genera una fuerza de repulsión sobre el electrón que lo trata de alejar del núcleo. La posición del electrón revela un equilibrio entre la fuerza de atracción electrostática y la fuerza de repulsión generada por el estado energético del átomo, debido a esto la distancia de 53 pm a la que orbita el electrón puede variar.

Ejemplo 2: Calcule el campo eléctrico resultante en el punto **P** si tenemos que, $Q_1 = -5.0 \times 10^{-6} \text{ C}$, $Q_2 = 1.9 \times 10^{-6} \text{ C}$. Considere como referencia la Figura 3.6.

Figura 3.6 Bosquejo del ejemplo 2



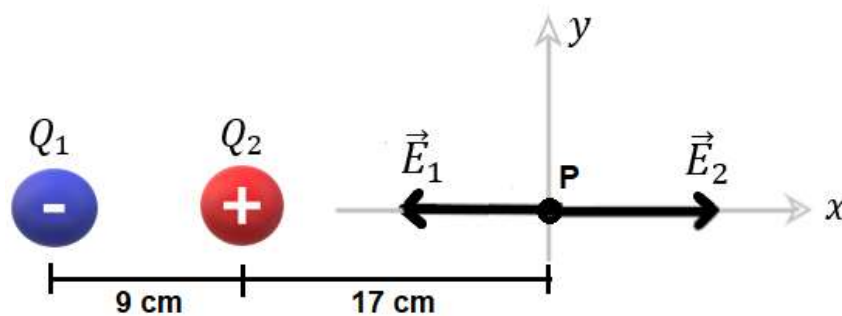
Paso 1: el punto sobre el que se calculará el campo eléctrico neto es **P**.

Paso 2: dibujar el sistema de ejes coordenados cuyo origen sea **P** (Figura 3.7).

Paso 3: hacer diagrama de fuerzas (Figura 3.7).

- El campo eléctrico en **P** debido a la carga Q_1 , se denomina \vec{E}_1 y tiene un ángulo de 180° con respecto al eje x . Esto se debe a que la carga es negativa y el campo eléctrico se dirige hacia ésta en forma radial.
- El campo eléctrico en **P** debido a la carga Q_2 , se denomina \vec{E}_2 y tiene un ángulo de 0° con respecto al eje x . Esto se debe a que la carga es positiva y el campo eléctrico sale de ésta en forma radial.

Figura 3.7 Diagrama de fuerzas



Paso 4: calcular las magnitudes de las fuerzas empleando la Ley de Coulomb:

$$E_1 = k \frac{|Q_1|}{(26 \times 10^{-2} \text{ m})^2}$$

$$E_1 = (9 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2) \frac{(5 \times 10^{-6} \text{ C})}{(26 \times 10^{-2} \text{ m})^2} = 6.656 \times 10^5 \text{ N/C}$$

$$E_2 = k \frac{|Q_2|}{(17 \times 10^{-2} \text{ m})^2}$$

$$E_2 = (9 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2) \frac{(1.9 \times 10^{-6} \text{ C})}{(17 \times 10^{-2} \text{ m})^2} = 5.917 \times 10^5 \text{ N/C}$$

Paso 5: descomponer los campos eléctricos en sus componentes en x y componentes en y , hacer la sumatoria de éstos:

$$\sum E_x = E_1 \cos 180^\circ + E_2 \cos 0^\circ = (6.656 \times 10^5 \text{ N/C}) \cos 180^\circ + (5.9169 \times 10^5 \text{ N/C}) \cos 0^\circ$$

$$\sum E_x = -7.390 \times 10^4 \text{ N/C}$$

$$\sum E_y = 0$$

Paso 6: obtener la magnitud del campo eléctrico resultante, aplicando la siguiente fórmula:

$$E_R = \sqrt{\sum E_x^2 + \sum E_y^2}$$

$$E_R = \sqrt{(-7.398 \times 10^4 \text{ N/C})^2 + (0)^2}$$

$$E_R = 7.398 \times 10^4 \text{ N/C}$$

Paso 7: encontrar la dirección del vector E_R . El símbolo de valor absoluto indica que no se toman en cuenta los signos de $\sum E_x$ y $\sum E_y$:

$$\theta = \arctan \left| \frac{\sum E_y}{\sum E_x} \right|$$

$$\theta = \arctan \frac{0 \text{ N}}{7.398 \times 10^4 \text{ N/C}} = 0^\circ$$

Paso 8: para encontrar el ángulo resultante θ_R se debe determinar en qué cuadrante está el vector resultante, por el signo de las componentes de $\sum E_x$ y $\sum E_y$. De $\sum E_x = -$ y $\sum E_y = +$ por lo que podemos decir que el vector resultante estará en el segundo cuadrante.

Aplicando la fórmula correspondiente para segundo cuadrante tenemos que:

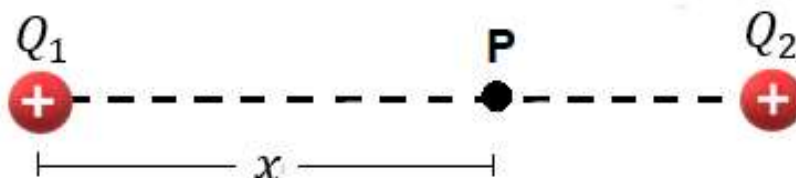
$$\theta_R = 180^\circ - \theta$$

$$\theta_R = 180^\circ - 0^\circ$$

$$\theta_R = 180^\circ$$

Ejemplo 3: Encuentre la posición del punto \mathbf{P} donde exista un campo eléctrico $\vec{E} = 0$, si $Q_1 = 6 \mu\text{C}$, $Q_2 = 4 \mu\text{C}$ y la distancia que separa a las cargas es de 25 cm (Figura 3.8).

Figura 3.8 Bosquejo del ejemplo 3



Paso 1: el punto sobre el que se calculará el campo eléctrico neto es \mathbf{P} .

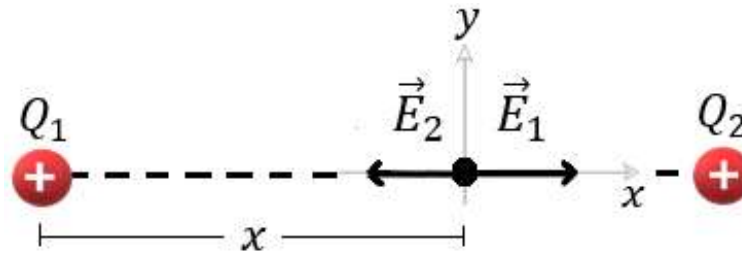
Paso 2: dibujar sistema de ejes coordenados cuyo origen sea \mathbf{P} (Figura 3.9).

Paso 3: hacer diagrama de fuerzas (Figura 3.9).

- El campo eléctrico en \mathbf{P} debido a la carga Q_1 se denomina \vec{E}_1 y tiene un ángulo de 0° con respecto al eje x . Esto se debe a que la carga es positiva y el campo eléctrico sale de esta en forma radial.

- El campo eléctrico en **P** debido a la carga Q_2 , se denomina \vec{E}_2 y tiene un ángulo de 180° con respecto al eje x . Esto se debe a que la carga es positiva y el campo eléctrico sale de está en forma radial.

Figura 3.9 Diagrama de fuerzas



Paso 4: calcular las magnitudes de las fuerzas empleando la Ley de Coulomb:

$$E_1 = k \frac{|Q_1|}{x^2}$$

$$E_1 = (9 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2) \frac{(6 \times 10^{-6} \text{ C})}{x^2}$$

$$E_2 = k \frac{|Q_2|}{(0.25-x)^2}$$

$$E_2 = (9 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2) \frac{(4 \times 10^{-6} \text{ C})}{(0.25-x)^2}$$

Paso 5: descomponer los campos eléctricos en sus componentes en x y componentes en y y hacer la sumatoria de estos, no olvidando que la sumatoria debe de ser igual a cero, ya que se busca un punto donde el campo eléctrico sea nulo:

$$\sum E_x = E_1 \cos 0^\circ + E_2 \cos 180^\circ = 0$$

$$\sum E_x = E_1 - E_2 = 0$$

$$E_1 = E_2$$

$$(9 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2) \frac{(6 \times 10^{-6} \text{ C})}{x^2} = (9 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2) \frac{(4 \times 10^{-6} \text{ C})}{(0.25-x)^2}$$

Simplificando algebraicamente tenemos lo siguiente:

$$\frac{6}{x^2} = \frac{4}{(0.25-x)^2}$$

$$6 \cdot \left(\frac{1}{4} - x\right)^2 = 4x^2$$

$$6 \cdot \left(\frac{1}{16} - \frac{1}{2}x + x^2\right) = 4x^2$$

$$\left(\frac{3}{8} - 3x + 6x^2\right) = 4x^2$$

$$\frac{3}{8} - 3x + 6x^2 - 4x^2 = 0$$

$$2x^2 - 3x + \frac{3}{8} = 0$$

$$x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4(2)(3/8)}}{2(2)}$$

$$x_1 = 1.3623 \text{ m}$$

$$x_2 = 0.1376 \text{ m}$$

El resultado correcto es x_2 . El valor x_1 es falso ya que, el punto **P** se encontraría a la derecha de la carga Q_2 , y en ese punto tanto \vec{E}_1 como \vec{E}_2 tienen la misma dirección y no es posible el equilibrio.

3.2 Líneas de fuerza

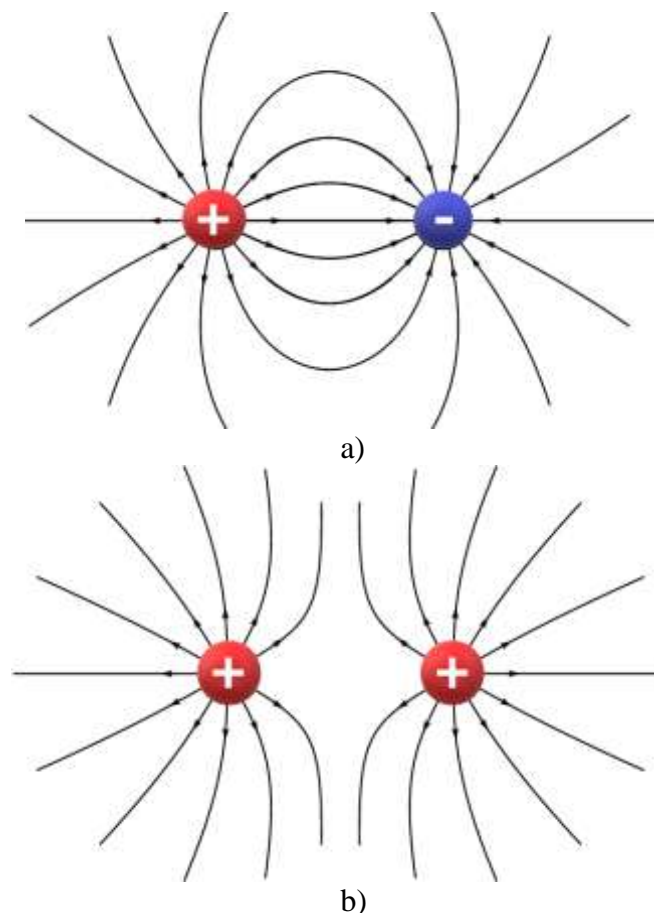
Las líneas de fuerza sirven para representar gráficamente, el campo eléctrico existente alrededor de las cargas eléctricas. En la Figura 3.3 sección 3.1.2, se observan las líneas de fuerza que produce una carga eléctrica positiva o negativa, las cuales son radiales hacia afuera para la primera y radiales hacia adentro para la segunda.

El campo eléctrico en un punto específico se dibuja, como una línea tangencial a la línea de fuerza en dicho punto, y su dirección tiene el mismo sentido que el de la línea de fuerza (ver Figura 3.10).

Para dibujar líneas de fuerza para cargas puntuales se siguen los siguientes principios:

- Una carga eléctrica positiva produce líneas de fuerza radiales hacia afuera.
- Una carga eléctrica negativa produce líneas de fuerza radiales hacia adentro.
- Las líneas de fuerza siempre comienzan en una carga positiva y terminan en una carga negativa.
- Las líneas de fuerza nunca deben cruzarse.
- El número de líneas de fuerza por unidad de área debe ser proporcional a la intensidad del campo eléctrico.

Figura 3.10 Líneas de fuerza para: a) dos cargas eléctricas de la misma magnitud, signo contrario (dipolo eléctrico), b) cargas eléctricas de igual magnitud, mismo signo.



3.3 Carga puntual en un campo eléctrico

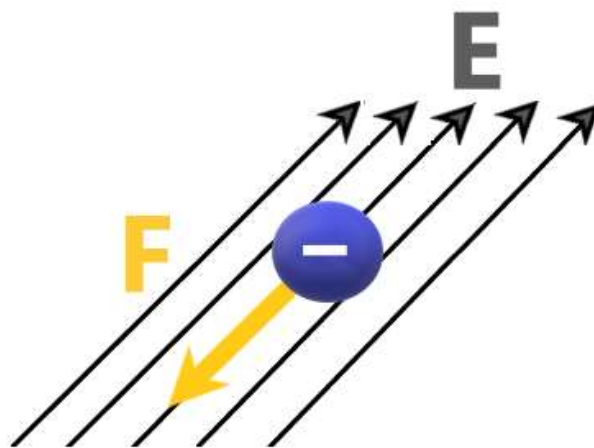
En la sección 3.1 se menciona que, existen dos casos básicos en el estudio del campo eléctrico:

1. Carga puntual que produce un campo eléctrico en el espacio que la rodea.
2. Carga de prueba que se introduce en un campo y experimenta una fuerza eléctrica.

En esta sección se estudiará el caso 2. Ahora se tiene un campo eléctrico del cual no se conoce su origen, ni las cargas que lo producen, pero está en el espacio y es medible. Si una carga de prueba Q_0 se coloca en el punto donde existe dicho campo, ésta experimenta una fuerza eléctrica cuya magnitud que viene dada por la ecuación (7) y cuya representación se puede visualizar en la Figura 3.11:

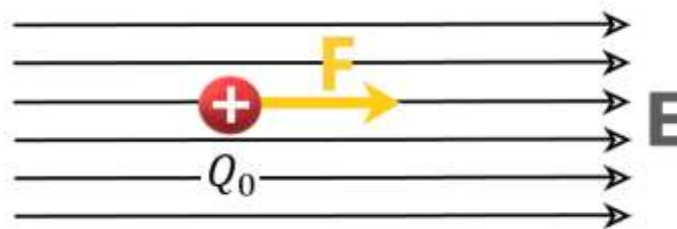
$$F = Q_0 E \quad (7)$$

Figura 3.11 Carga eléctrica inmersa en un campo eléctrico



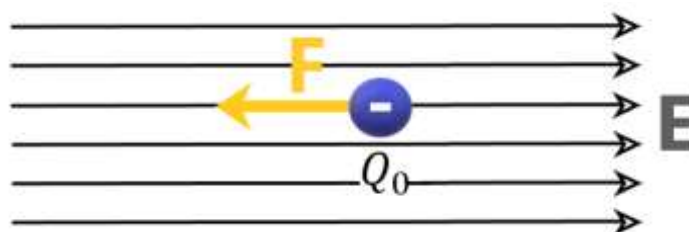
Si la carga de prueba Q_0 es positiva, la fuerza experimentada por esta tiene la misma dirección que la del campo eléctrico en la que se encuentra inmersa (ver Figura 3.12).

Figura 3.12 Para una carga positiva, la dirección de \mathbf{F} es la misma que \mathbf{E} .



Si la carga de prueba Q_0 es negativa, la fuerza experimentada por ésta tiene dirección contraria a la del campo eléctrico en la que se encuentra inmersa (ver Figura 3.13).

Figura 3.13 Para una carga negativa, la dirección de \mathbf{F} es contraria a \mathbf{E} .



Ejemplo 4: Encuentra la fuerza eléctrica que experimenta una carga eléctrica $Q_0 = -14 \text{ nC}$ inmersa en un campo eléctrico de 150 N/C que se dirige hacia la derecha.

Para obtener la magnitud de la fuerza aplicamos la ecuación:

$$F = |Q_0|E$$

El símbolo del valor absoluto en Q_0 , indica que el signo de la carga no se tomará en cuenta para el cálculo de la magnitud.

$$F = (14 \times 10^{-9}C)(150 \text{ N/C})$$

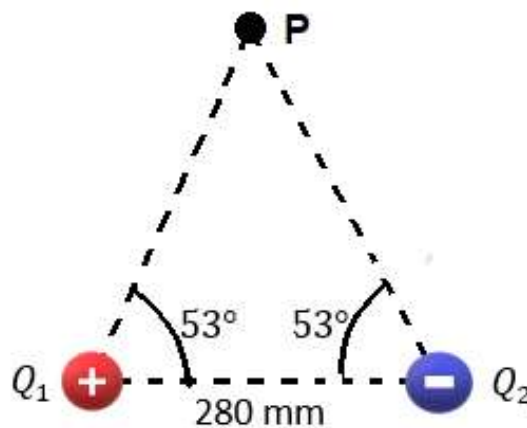
$$F = 2.1 \times 10^{-6} \text{ N/C}$$

Al ser la carga Q_0 una carga negativa, la dirección de la fuerza eléctrica es contraria a la del campo eléctrico (Figura 3.13), por lo tanto, si la dirección del campo eléctrico es $\theta_E = 0^\circ$ (derecha) entonces la dirección de la fuerza eléctrica que experimenta la carga es:

$$\theta_E = 180^\circ$$

Ejemplo 5: Calcule: a) la magnitud y dirección del campo eléctrico en P sí, $Q_1 = -3.6 \times 10^{-6}C$ y $Q_2 = 8.4 \times 10^{-6}C$, b) la fuerza eléctrica que experimenta la carga $Q_0 = -9.7 \times 10^{-6}C$ si se coloca en P, c) la fuerza eléctrica que experimenta la carga $Q_0 = 5 \times 10^{-6}C$ si se coloca en P.

Figura 3.14 Bosquejo del ejemplo 5



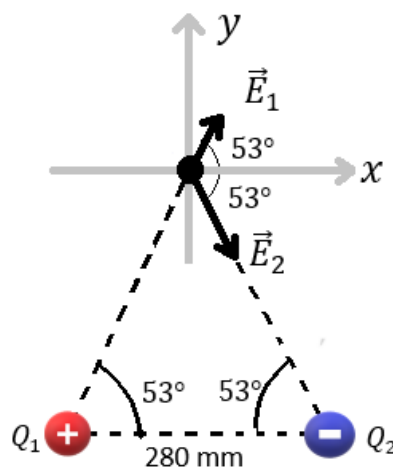
A continuación, se resolverá el inciso a):

Paso 1: el punto sobre el que se calculará el campo eléctrico neto es **P**.

Paso 2: dibujar el sistema de ejes coordenados cuyo origen sea **P** (Figura 3.15).

Paso 3: hacer diagrama de fuerzas (Figura 3.15).

Figura 3.15 Diagrama de fuerzas



- El campo eléctrico en P debido a la carga Q_1 , se denomina \vec{E}_1 y tiene un ángulo de 53° con respecto al semi eje x positivo. Esto se debe a que la carga es positiva y el campo eléctrico sale de esta en forma radial.
- El campo eléctrico en P debido a la carga Q_2 , se denomina \vec{E}_2 y tiene un ángulo de -53° o 307° con respecto al semi eje x positivo. Esto se debe a que la carga es negativa y el campo eléctrico se dirige hacia esta en forma radial.

Paso 4: calcular las magnitudes de los campos eléctricos \vec{E}_1 y \vec{E}_2 :

La distancia d entre cualquiera de las cargas y el punto **P** es la misma y se calcula de la siguiente manera:

$$\cos 53^\circ = \frac{(280 \text{ mm}/2)}{d}$$

$$d = \frac{(140 \text{ mm})}{\cos 53^\circ} = 232.630 \text{ mm}$$

$$E_1 = k \frac{|Q_1|}{d^2}$$

$$E_1 = (9 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2) \frac{(3.6 \times 10^{-6} \text{ C})}{(232.63 \times 10^{-3} \text{ m})^2} = 598 \text{ 705.943 N/C}$$

$$E_2 = k \frac{|Q_2|}{d^2}$$

$$E_2 = (9 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2) \frac{(8.4 \times 10^{-6} \text{ C})}{(232.63 \times 10^{-3} \text{ m})^2} = 1 \text{ 396 980.533 N/C}$$

Paso 5: descomponer los campos eléctricos en sus componentes en x y componentes en y y hacer la sumatoria de estos, no olvidando que la sumatoria debe de ser igual a cero, ya que se busca un punto donde el campo eléctrico sea nulo:

$$\sum E_x = E_1 \cos 53^\circ + E_2 \cos 307^\circ$$

$$\sum E_x = (598 \text{ 705.943 N/C}) \cos 53^\circ + (1 \text{ 396 980.533 N/C}) \cos 307^\circ$$

$$\sum E_x = 1 \text{ 201 034.103 N/C}$$

$$\sum E_y = E_1 \sin 53^\circ + E_2 \sin 307^\circ$$

$$\sum E_y = (598 \text{ 705.943 N/C}) \sin 53^\circ + (1 \text{ 396 980.533 N/C}) \sin 307^\circ$$

$$\sum E_y = -637 \text{ 530.435 N/C}$$

Paso 6: obtener la magnitud el campo eléctrico resultante, aplicando la siguiente fórmula:

$$E_R = \sqrt{\sum E_x^2 + \sum E_y^2}$$

$$E_R = \sqrt{(1 \text{ 201 034.103 N/C})^2 + (-637 \text{ 530.435 N/C})^2}$$

$$E_R = 1 \text{ 359 752.908 N/C}$$

Paso 7: encontrar la dirección del vector \vec{E}_R . El símbolo de valor absoluto indica que no se toman en cuenta los signos de $\sum E_x$ y $\sum E_y$:

$$\theta = \arctan \left| \frac{\sum E_y}{\sum E_x} \right|$$

$$\theta = \arctan \frac{637\,530.435\text{ N/C}}{1\,201\,034.103\text{ N/C}} = 27.96^\circ$$

Paso 8: para encontrar el ángulo resultante θ_R se debe determinar en qué cuadrante está el vector resultante, por el signo de las componentes de $\sum E_x$ y $\sum E_y$. De $\sum E_x = +$ y $\sum E_y = -$ por lo que podemos decir que el vector resultante estará en el cuarto cuadrante.

Aplicando la fórmula correspondiente para cuarto cuadrante tenemos que:

$$\theta_R = 360^\circ - \theta$$

$$\theta_R = 360^\circ - 27.96^\circ$$

$$\theta_R = \mathbf{332.04^\circ}$$

Inciso b):

Para obtener la magnitud de la fuerza \vec{F} que experimenta la carga $Q_0 = -9.7 \times 10^{-6}\text{C}$ si se coloca en **P**, aplicamos la ecuación:

$$F = |Q_0|E_R$$

El símbolo del valor absoluto en Q_0 , indica que el signo de la carga no se tomará en cuenta para el cálculo de la magnitud.

$$F = (9.7 \times 10^{-6}\text{C})(1\,359\,752.908\text{ N/C})$$

$$F = \mathbf{13.190\text{ N}}$$

La dirección de \vec{F} es contraria a la de \vec{E}_R ya que el signo de la carga Q_0 es negativo.

$$\theta = \theta_R - 180^\circ$$

$$\theta = 332.04^\circ - 180^\circ$$

$$\theta = \mathbf{152.04^\circ}$$

Inciso c):

Para obtener la magnitud de la fuerza que experimenta la carga $Q_0 = 5 \times 10^{-6}\text{C}$ si se coloca en **P**, aplicamos la ecuación:

$$F = |Q_0|E_R$$

$$F = (5 \times 10^{-6}\text{C})(1\,359\,752.908\text{ N/C})$$

$$F = \mathbf{6.799\text{ N}}$$

La dirección de \vec{F} es la misma que la de \vec{E}_R ya que el signo de la carga Q_0 es positivo.

$$\theta = \theta_R$$

$$\theta_R = 332.04^\circ$$

Nota: El inciso b) podemos observar que se obtuvo el mismo resultado que en el ejemplo 4 de la sección 2.2.1, ya que el sistema de cargas puntuales es el mismo, solo se varió el enfoque de fuerza eléctrica al de campo eléctrico. También se puede observar en c) que, con el enfoque de campo eléctrico, tenemos la versatilidad de escoger diferentes cargas de prueba para colocarse en el punto **P**, algo que con el enfoque de fuerza eléctrica es imposible.

3.4 Ley de Gauss

Una de las cuatro ecuaciones de Maxwell, considerada de mayor jerarquía que la Ley de Coulomb, y que relaciona las variables flujo eléctrico, campo eléctrico y carga neta, se denomina Ley de Gauss y se muestra a continuación:

$$\epsilon_0 \Phi_E = Q_N \quad (8)$$

Φ_E se conoce como flujo eléctrico, el cual está relacionado con el número de líneas de campo eléctrico que atraviesan una determinada superficie real o imaginaria. El flujo eléctrico se define con la siguiente integral:

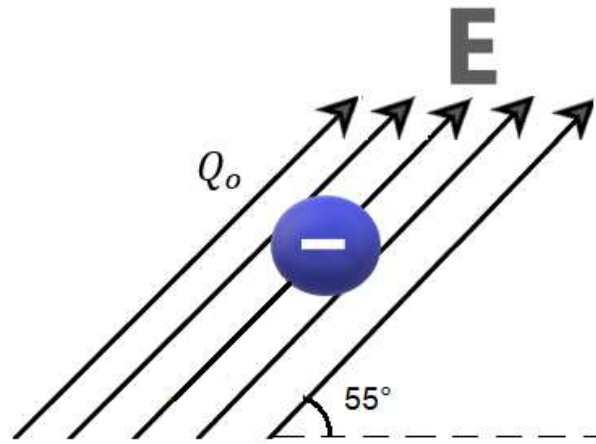
$$\Phi_E = \int \vec{E} \cdot \vec{ds} \quad (9)$$

Evalúe lo aprendido...

Instrucciones: Resuelva los problemas que se muestran a continuación

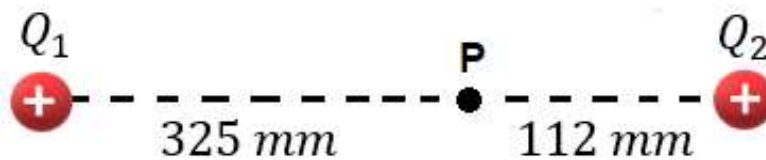
1. Calcule la magnitud y dirección de la fuerza eléctrica que experimenta la carga $Q_0 = -35 \text{ C}$ (Figura 1), si está inmersa en un campo eléctrico $E = 29 \text{ N/C}$ con una dirección de 55° con respecto al semieje x positivo.

Figura 1



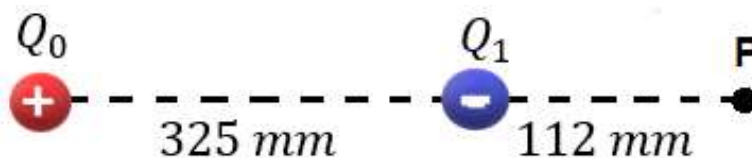
2. Calcule la magnitud y dirección del campo eléctrico en el punto **P** (Figura 2), si $Q_1 = 15 \text{ nC}$ y $Q_2 = 23.8 \text{ nC}$.

Figura 2



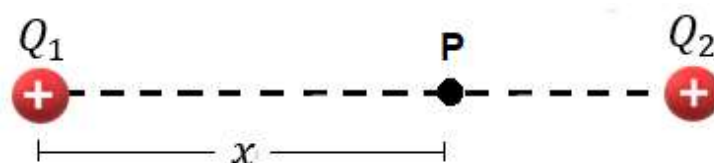
3. Calcule la magnitud y dirección del campo eléctrico en el punto **P** (Figura 3), si $Q_0 = 5.6 \times 10^{-6} \text{ C}$ y $Q_1 = -8.1 \times 10^{-6} \text{ C}$. Encuentre la fuerza que experimenta la carga $Q_2 = 2.45 \times 10^{-6} \text{ C}$, si se coloca en el punto **P**.

Figura 3



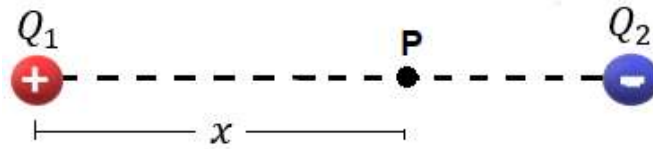
4. Encuentre la distancia x a la cual el punto **P** experimenta un campo eléctrico cero, en el sistema de cargas puntuales que se observa en la Figura 4. $Q_1 = 12 \text{ C}$, $Q_2 = 7 \text{ C}$ y la distancia entre estas es de 2 m .

Figura 4



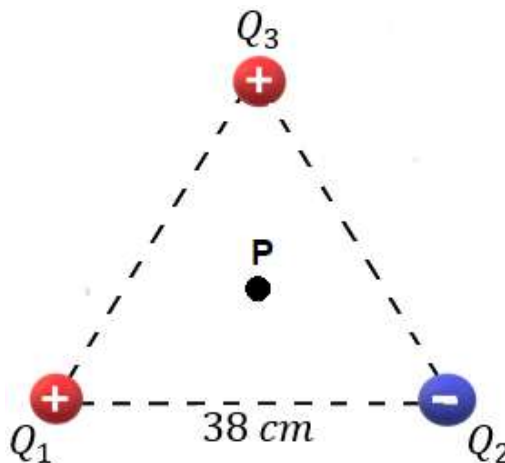
5. Encuentre la distancia x a la cual el punto **P** experimenta un campo eléctrico cero, en el sistema de cargas puntuales que se observa en la Figura 5. $Q_1 = 5 \text{ C}$, $Q_2 = -18 \text{ C}$ y la distancia entre estas es de 5 m .

Figura 5



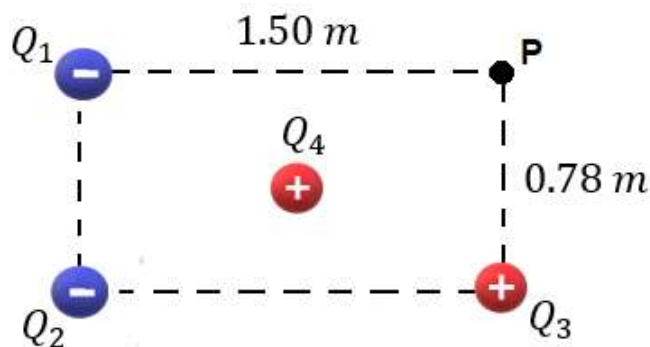
6. Calcule la magnitud y dirección del campo eléctrico en **P** (Figura 6) si: $Q_1 = 8.65 \mu\text{C}$, $Q_2 = -11.6 \mu\text{C}$, $Q_3 = 5.6 \mu\text{C}$ y el triángulo es del tipo equilátero. Encontrar la fuerza que experimenta la carga $Q_4 = -9.22 \mu\text{C}$, si se coloca en el punto **P**.

Figura 6



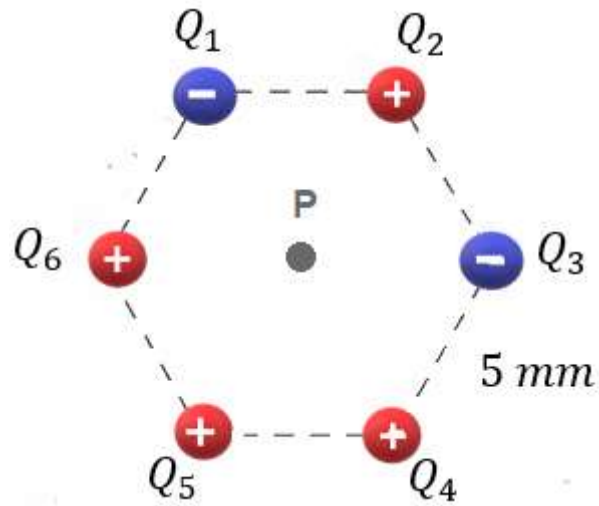
7. Calcule la magnitud y dirección del campo eléctrico en **P** (figura 7) si: $Q_1 = -7.2 \text{ mC}$, $Q_2 = -10.5 \text{ mC}$, $Q_3 = 3.1 \text{ mC}$ y $Q_4 = 5.3 \text{ mC}$. Encuentre la fuerza que experimenta la carga $Q_0 = 4.9 \text{ mC}$, si se coloca en el punto **P**.

Figura 7



8. Calcule el campo eléctrico en **P**, para el sistema de cargas observado en la figura 8, cuya geometría es la de un hexágono regular y el valor de sus cargas es: $Q_1 = -25 \text{ nC}$, $Q_2 = 28 \text{ nC}$, $Q_3 = -35 \text{ nC}$ y $Q_4 = 46 \text{ nC}$, $Q_5 = 37 \text{ nC}$ y $Q_6 = 29 \text{ nC}$. Encuentre la fuerza que experimenta la carga $Q_0 = -32 \text{ nC}$ si se coloca en el punto **P**.

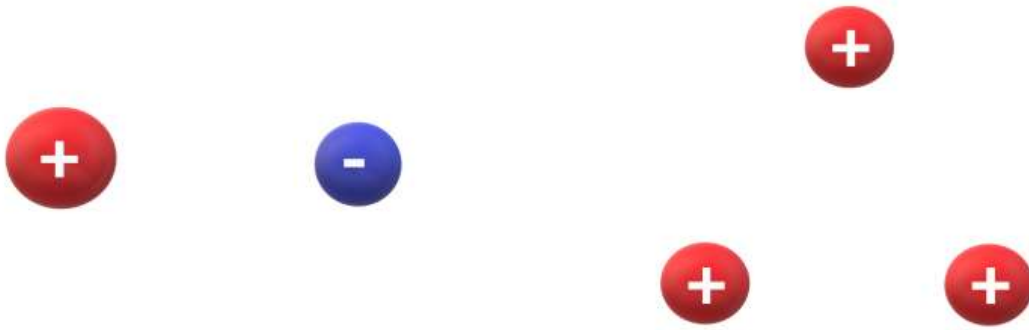
Figura 8



9. Dibuje las líneas de fuerza eléctrica para las siguientes geometrías de carga (Figura 9):

Figura 9

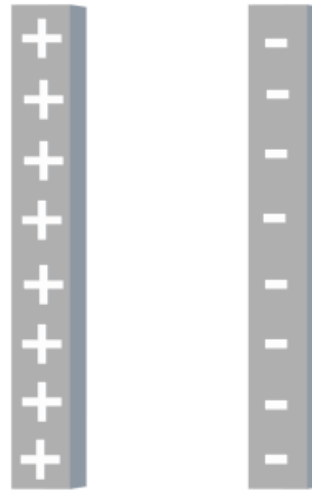
- a) Carga positiva mayor que negativa. b) Tres cargas positivas iguales



- c) Barra cargada



- d) Placas cargadas signos contrarios



10. Deduzca la Ley de Coulomb a partir de la Ley de Gauss.

Capítulo 4: Potencial Eléctrico

Objetivos:

- El estudiante identificará el concepto de Potencial eléctrico y será capaz de llevar a cabo su determinación.
- El estudiante tendrá los elementos necesarios para llevar a cabo la determinación de energía potencial y el trabajo desarrollado por un sistema de cargas.
- El estudiante podrá establecer una relación entre campo y potencial eléctrico.

Existen dos enfoques para el estudio de la Electricidad:

- **Enfoque vectorial:** consiste en el estudio de la electricidad a partir de la Ley de Coulomb y la Ley de Gauss, en cuyas ecuaciones se aprecian claramente cantidades vectoriales como la fuerza y el campo eléctrico. El empleo de dichas cantidades tiene un grado de complejidad elevado ya que se requiere tratar con la magnitud y dirección para la sumatoria vectorial y la obtención de campos eléctricos y fuerzas resultantes.
- **Enfoque de energía:** debido a que la fuerza eléctrica es conservativa (al igual que la fuerza gravitatoria), se puede utilizar el enfoque de energía potencial, la cual se define como una cantidad escalar en la que solo importan los niveles iniciales, finales y sus diferencias. El manejo de cantidades escalares con simples sumas y restas hace que el enfoque de energías sea el más usado a la hora de estudiar los fenómenos de tipo eléctrico. Variables como el voltaje son más populares entre el gran público que el campo eléctrico o la fuerza eléctrica, ya que la primera representa el enfoque de energía y, la segunda y tercera el enfoque vectorial.

4.1 Energía potencial eléctrica

La fuerza eléctrica es un tipo de fuerza que se denomina conservativa. En la naturaleza existen tres tipos de fuerzas conservativas:

- Fuerza eléctrica
- Fuerza gravitatoria
- Fuerza elástica

Las fuerzas conservativas tienen la particularidad de preservar íntegramente la energía. Si comprimimos un resorte (fuerza elástica), éste al ser liberado es capaz de devolver la energía que se usó para su compresión. En el caso de la fuerza gravitatoria si se lanza un objeto hacia arriba, este caerá con la misma velocidad con la que fue arrojado, pero en sentido contrario. Lo mismo sucede con la fuerza eléctrica, la fuerza externa que se utilice para acercar dos cargas del mismo signo o alejar dos cargas de signo contrario, se devolverá íntegramente al éstas ser liberadas.

El trabajo W realizado sobre una partícula, a la que se le aplica una fuerza \vec{F} mientras se desplaza una trayectoria recta representada por \vec{S} , viene dado por la siguiente ecuación:

$$W = \vec{F} \cdot \vec{S} \quad (1)$$

W en Joules [J]

\vec{F} en Newtons [N]

\vec{S} en metros [m]

En caso de que la trayectoria que siga la partícula del punto a al punto b , no sea recta, el trabajo realizado por una fuerza \vec{F} para mover dicha partícula del punto a al punto b , se describe por la ecuación:

$$W_{a,b} = \int_a^b \vec{F} \cdot \overrightarrow{dS} \quad (2)$$

Para fuerzas del tipo conservativo, tenemos que el trabajo realizado al mover una partícula del punto a al punto b , se describe en la ecuación (3), en donde U_a y U_b corresponden a las energías potenciales en el punto a y el punto b :

$$U_b - U_a = -W_{a,b} \quad (3)$$

Si se combinan las ecuaciones (2) y (3), se obtiene la ecuación (4), en la cual se observa como una integral de línea en la cual se manejan vectores, se reduce a una simple diferencia de energías potenciales en los puntos a y b .

$$U_b - U_a = - \int_a^b \vec{F} \cdot \overrightarrow{dS} \quad (4)$$

Recordando que $\vec{F} = Q_0 \vec{E}$, de acuerdo a la ecuación (7) de la sección 2.3.3 y combinando con (4), tenemos las siguientes ecuaciones:

$$U_b - U_a = - \int_a^b Q_0 \vec{E} \cdot \overrightarrow{dS} \quad (5)$$

$$U_b - U_a = -Q_0 \int_a^b \vec{E} \cdot \overrightarrow{dS} \quad (6)$$

El campo eléctrico para cargas puntuales viene dado por la ecuación: $E = K \frac{Q}{r^2}$. Sustituyendo en la ecuación (6):

$$U_b - U_a = -Q_0 \int_a^b k \frac{Q}{r^2} dr \quad (7)$$

$$U_b - U_a = -KQ_0Q \int_a^b \frac{1}{r^2} dr \quad (8)$$

$$U_b - U_a = KQ_0Q \left(\frac{1}{r_b} - \frac{1}{r_a} \right) \quad (9)$$

$$U_b - U_a = \frac{KQ_0Q}{r_b} - \frac{KQ_0Q}{r_a} \quad (10)$$

Donde r_a y r_b corresponden a distancias entre las cargas Q_0 y Q y $r_b < r_a$. Para fines de simplificación, se considera que la energía potencial en a debe ser 0, lo cual se logra cuando la separación entre Q_0 y Q tiende a infinito o $r_a \rightarrow \infty$.

Por lo tanto, tenemos que:

$$U = K \frac{Q_0Q}{r} \quad (11)$$

La ecuación (11) representa la energía potencial que almacenan las cargas Q_0 y Q al juntarlas desde una separación infinita, hasta una distancia r . La energía potencial está dada en Joules [J].

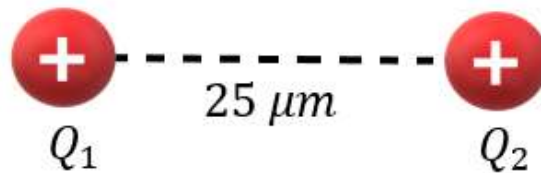
Es importante considerar el signo de las cargas, cuando ambas son del mismo signo producen una energía potencial positiva y cuando son de signo contrario, producen una energía potencial negativa. Una energía potencial positiva indica que una fuerza externa realizó el trabajo para aproximar las cargas desde el infinito hasta una distancia r , en cambio un trabajo negativo indica que la fuerza conservativa realizó el trabajo para mover las cargas desde el infinito hasta una distancia r .

La energía potencial puede calcularse para un conjunto de más de dos cargas puntuales y equivale a la energía necesaria para traer cada carga del conjunto desde el infinito hasta su posición actual.

La energía potencial de un conjunto de carga puntuales, se calcula sumando la energía potencial de cada par de cargas. A diferencia de la fuerza eléctrica o el campo eléctrico, la energía potencial es una propiedad del conjunto, y no de una carga o un punto del espacio, además de ser un escalar y no un vector lo que le da una ventaja significativa.

Ejemplo 1: Calcule el trabajo necesario para juntar las cargas $Q_1 = +5.8 \text{ nC}$ y $Q_2 = +9.3 \text{ nC}$ a una distancia de $25 \mu\text{m}$ (ver Figura 4.1).

Figura 4.1 Bosquejo del ejemplo 1.



El trabajo para mover las cargas desde el infinito hasta una distancia de $25 \mu\text{m}$ entre ellas, es la energía potencial y se calcula con la fórmula (11):

$$U = (9 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2) \frac{(5.8 \times 10^{-9} \text{ C})(9.3 \times 10^{-9} \text{ C})}{25 \times 10^{-6} \text{ m}}$$

$$U = 0.0194 \text{ J}$$

Ejemplo 2: Calcule la energía potencial en sistema de cargas mostrado en la Figura 2, si $Q_1 = -12 \mu\text{C}$, $Q_2 = +18 \mu\text{C}$, $Q_3 = -24 \mu\text{C}$ y $Q_4 = +31 \mu\text{C}$ (ver Figura 4.2)

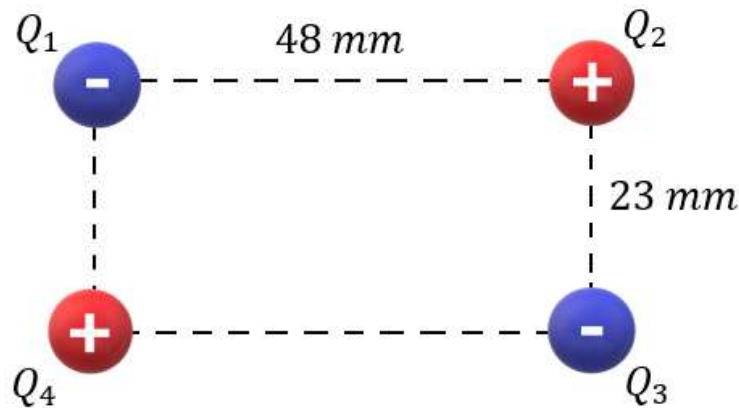


Figura 4.2 Bosquejo del ejemplo 2.

Se calcula la energía potencial para cada par de cargas eléctricas empleando con la ecuación (11):

$$U_{1,2} = K \frac{Q_1 Q_2}{r_{1,2}}$$

$$U_{1,2} = \left(9 \times 10^9 \text{ N} \cdot \frac{\text{m}^2}{\text{C}^2}\right) \frac{(-12 \times 10^{-6} \text{ C})(18 \times 10^{-6} \text{ C})}{48 \times 10^{-3} \text{ m}} = -40.500 \text{ J}$$

$$U_{1,3} = K \frac{Q_1 Q_3}{r_{1,3}}$$

$$r_{1,3} = \sqrt{(48 \text{ mm})^2 + (23 \text{ mm})^2} = 53.230 \text{ mm}$$

$$U_{1,3} = \left(9 \times 10^9 \text{ N} \cdot \frac{\text{m}^2}{\text{C}^2}\right) \frac{(-12 \times 10^{-6} \text{ C})(-24 \times 10^{-6} \text{ C})}{53.23 \times 10^{-3} \text{ m}} = 48.694 \text{ J}$$

$$U_{1,4} = K \frac{Q_1 Q_4}{r_{1,4}}$$

$$U_{1,4} = \left(9 \times 10^9 N \cdot \frac{m^2}{C^2}\right) \frac{(-12 \times 10^{-6} C)(+31 \times 10^{-6} C)}{23 \times 10^{-3} m} = -145.570 J$$

$$U_{2,3} = K \frac{Q_2 Q_3}{r_{2,3}}$$

$$U_{2,3} = \left(9 \times 10^9 N \cdot \frac{m^2}{C^2}\right) \frac{(-18 \times 10^{-6} C)(-24 \times 10^{-6} C)}{23 \times 10^{-3} m} = 169.043 J$$

$$U_{2,4} = K \frac{Q_2 Q_4}{r_{2,4}}$$

$$r_{2,4} = \sqrt{(48 \text{ mm})^2 + (23 \text{ mm})^2} = 53.230 \text{ mm}$$

$$U_{2,4} = \left(9 \times 10^9 N \cdot \frac{m^2}{C^2}\right) \frac{(18 \times 10^{-6} C)(31 \times 10^{-6} C)}{53.23 \times 10^{-3} m} = 94.350 J$$

$$U_{3,4} = K \frac{Q_3 Q_4}{r_{3,4}}$$

$$U_{3,4} = \left(9 \times 10^9 N \cdot \frac{m^2}{C^2}\right) \frac{(-24 \times 10^{-6} C)(31 \times 10^{-6} C)}{48 \times 10^{-3} m} = -139.500 J$$

$$U = U_{1,2} + U_{1,3} + U_{1,4} + U_{2,3} + U_{2,4} + U_{3,4}$$

$$U = -40.500 J + 48.694 J - 145.570 J + 169.043 J + 94.350 J - 139.500 J$$

$$U = -13.483 J$$

4.2 Determinación del Potencial eléctrico

En el estudio de la fuerza eléctrica, el campo eléctrico permitió analizar el mismo problema desde un enfoque más versátil y novedoso, acorde a las modernas teorías de la Física, lo mismo sucede con el potencial eléctrico en el estudio de la energía potencial. El potencial eléctrico cambia el punto de vista de interacción directa entre cargas, por una interacción carga-potencial-carga actuando como un intermediario con las ventajas que esto conlleva.

En la ecuación (11) se calculó la energía potencial para dos cargas puntuales. Si la carga Q_0 (carga de prueba) pasa al lado izquierdo de la igualdad, se tiene la ecuación (12).

$$\frac{U}{Q_0} = K \frac{Q}{r} \quad (12)$$

Con dicha ecuación (12), surge una nueva cantidad conocida como potencial eléctrico V con unidades en Joules/Coulomb [J/C], El potencial eléctrico se puede estudiar desde dos perspectivas, (similar al estudio del campo eléctrico) que se mencionan a continuación:

- Carga puntual produce un potencial eléctrico en el espacio
- Carga de prueba interactúa con potencial eléctrico en el espacio.

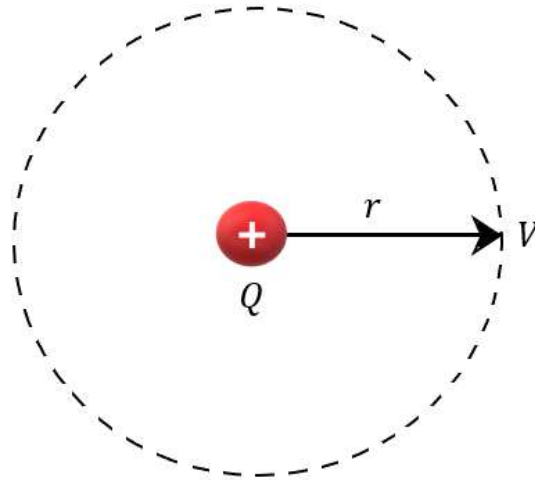
A continuación, se estudian ambos enfoques, estrechamente relacionados entre sí ya que, el potencial eléctrico que produce una carga es con el cual interactúa la carga de prueba.

Carga puntual produce un potencial eléctrico en el espacio

Si se toma el lado derecho de la igualdad en la ecuación (12), se obtiene la ecuación del potencial eléctrico que produce una carga puntual Q a una distancia r , cómo se observa en la ecuación 13 y la Figura 4.3:

$$V = K \frac{Q}{r} \quad (13)$$

Figura 4.3 Potencial eléctrico V producido por una carga puntual Q a una distancia r .



Ejemplo 3: Calcule el potencial eléctrico que produce un protón a 20 pm de su centro.

Aplicamos la ecuación (13):

$$V = (9 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2) \frac{(1.6 \times 10^{-19} \text{ C})}{(20 \times 10^{-12} \text{ m})}$$

$$V = 72 \text{ V}$$

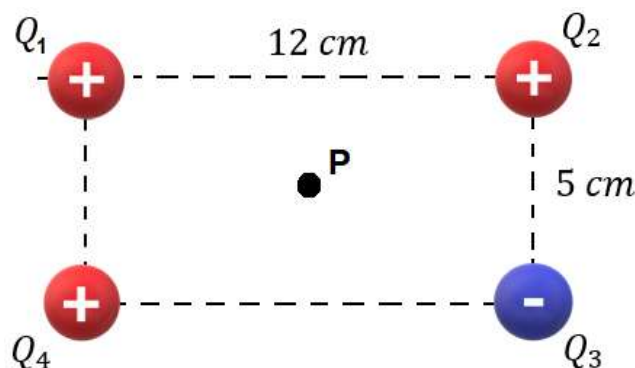
El potencial que produce un conjunto de cargas eléctricas en un punto **P**, se calcula empleando el principio de superposición:

$$V = V_1 + V_2 + V_3 + \dots + V_n$$

Se puede observar que el cálculo del potencial eléctrico es más sencillo que el cálculo del campo eléctrico resultante ya que el primero es una suma de escalares y el segundo una suma de vectores.

Ejemplo 4: Calcule el potencial eléctrico en el punto **P**, para el sistema de cargas mostrado en la Figura 4.4, si $Q_1 = +12 \text{ nC}$, $Q_2 = +37 \text{ nC}$, $Q_3 = -29 \text{ nC}$ y $Q_4 = +42 \text{ nC}$.

Figura 4.4 Bosquejo del ejemplo 4.



La distancia de las cuatro cargas a **P** es la misma y se calcula aplicando el teorema de Pitágoras:

$$r = \sqrt{(6 \text{ cm})^2 + (2.5 \text{ cm})^2} = 6.5 \text{ cm}$$

$$V_1 = K \frac{Q_1}{r_1}$$

$$V_1 = \left(9 \times 10^9 \text{ N} \cdot \frac{\text{m}^2}{\text{C}^2}\right) \frac{(12 \times 10^{-9} \text{ C})}{(6.5 \times 10^{-2} \text{ m})} = 1661.54 \text{ V}$$

$$V_2 = K \frac{Q_2}{r_2}$$

$$V_2 = \left(9 \times 10^9 N \cdot \frac{m^2}{C^2}\right) \frac{(37 \times 10^{-9} C)}{(6.5 \times 10^{-2} m)} = 5123.08 V$$

$$V_3 = K \frac{Q_3}{r_3}$$

$$V_3 = \left(9 \times 10^9 N \cdot \frac{m^2}{C^2}\right) \frac{(-29 \times 10^{-9} C)}{(6.5 \times 10^{-2} m)} = -4015.38 V$$

$$V_4 = K \frac{Q_4}{r_4}$$

$$V_4 = \left(9 \times 10^9 N \cdot \frac{m^2}{C^2}\right) \frac{(42 \times 10^{-9} C)}{(6.5 \times 10^{-2} m)} = 5815.38 V$$

$$V = V_1 + V_2 + V_3 + V_4$$

$$V = 1661.54 V + 5123.08 V \pm 4015.38 V + 5815.38 V$$

$$V = \mathbf{8584.62 V}$$

Carga de prueba interactúa con un potencial eléctrico en el espacio

Si se toma el lado izquierdo de la igualdad en la ecuación (12), se obtiene una ecuación alternativa para el cálculo del potencial eléctrico, la ecuación (14). En ella se propone el cálculo del potencial eléctrico en un punto **P** del espacio sin conocer las cargas de las cuales procede, como en el caso de la ecuación (13), en vez de ello se utiliza una carga de prueba Q_0 y se mide la energía que se utiliza para trasladarla desde una distancia infinita hasta **P**. Observe la analogía entre esta fórmula y la ecuación $E = F/Q_0$ para el campo eléctrico.

$$V = \frac{U}{Q_0} \tag{14}$$

Ejemplo 5: Calcule el potencial eléctrico en un punto **P** del espacio, si para traer una carga de prueba $Q_0 = 10 \mu C$ desde el infinito hasta el punto **P** se necesitaron 0.8 Joules.

Aplicando la ecuación (14) tenemos que:

$$V = \frac{0.8 J}{10 \times 10^{-6} C}$$

$$V = \mathbf{80\ 000 V}$$

Ejemplo 6: Calcule la energía que se requiere para mover una carga de 5 C desde el infinito a un punto P con un potencial eléctrico de 10 V.

Aplicando la ecuación (14) tenemos que:

$$U = Q_0 V$$

$$U = (5 C)(10 V)$$

$$U = \mathbf{50 J}$$

4.3 Diferencia de potencial

En la ecuación (14) se define el potencial eléctrico en un punto en el espacio, en donde se considera el infinito como el punto de referencia con potencial 0. En cuestiones prácticas es común que el punto de referencia no sea el infinito, ni tenga un potencial de 0, por lo que se debe manejar una diferencia de potencial en donde el voltaje V_a sería la nueva referencia, como se muestra en la siguiente ecuación:

$$V_b - V_a = \frac{U_b - U_a}{Q_0} \quad (15)$$

En la cual:

$$V_a = \frac{U_a}{Q_0} \quad \text{Potencial eléctrico en el punto } a.$$

$$V_b = \frac{U_b}{Q_0} \quad \text{Potencial eléctrico en el punto } b.$$

A la resta $V_b - V_a$ se le conoce como diferencia de potencial eléctrico, el cual se expresa como ΔV . La ecuación (15) se puede reformular como se muestra en (16) si consideramos que $U_b - U_a = \Delta U$:

$$\Delta V = \frac{\Delta U}{Q_0} \quad (16)$$

La ecuación (18) es de suma importancia ya que relaciona la variable eléctrica diferencia de potencial ΔV con la energía necesaria para mover una carga eléctrica Q_0 de un punto inicial a a un punto inicial b . En el lenguaje coloquial a la diferencia de potencial ΔV se le conoce como voltaje. El voltaje de una batería de 1.5 V es en realidad una diferencia de potencial de 1.5V, lo mismo sucede con el voltaje de 110 V que llega a los hogares entre otros, son en realidad diferencias de potencial.

Ejemplo 7: La carga eléctrica que circula entre las terminales del tomacorriente de 110 V es de 56 000 C. Calcule la energía consumida: a) en J y b) en kW-h durante el lapso de tiempo estipulado en el problema.

Inciso a)

$$\Delta V = \frac{\Delta U}{Q_0}$$

$$\Delta U = Q_0 \Delta V$$

$$\Delta U = (56\,000\text{ C})(110\text{ V})$$

$$\Delta U = (56\,000\text{ C})(110\text{ J/C})$$

$$\Delta U = \mathbf{6\,160\,000\text{ J}}$$

Inciso b)

$$1\text{ kW-h} = 1(1 \times 10^3)(3600\text{ s})W$$

$$1\text{ kW-h} = 3.6 \times 10^6\text{ W.s}$$

$$1\text{ kW-h} = 3.6 \times 10^6\text{ J}$$

$$\Delta U = 6\,160\,000\text{ J} \left(\frac{1\text{ kW-h}}{3.6 \times 10^6\text{ J}} \right) = 1.711\text{ kWh}$$

$$\Delta U = \mathbf{1.711\text{ kW-h}}$$

Se puede observar que el kilowatt-hora (kW-h) es una unidad de energía que equivale a $3.6 \times 10^6 J$, y que es ampliamente utilizada para medir el consumo de energía eléctrica a nivel residencial e industrial. La razón por la cual se prefiere el kilowatt-hora sobre el Joule es debido a que si el consumo promedio en Joules en este rubro, se representa en órdenes de magnitud superiores a 10^6 .

El problema 7 nos permite vislumbrar, que no se puede conocer la energía consumida por los dispositivos, únicamente conociendo el voltaje que proporcionan las baterías o tomacorrientes, además de ello se necesita conocer cuanta carga ha circulado entre sus terminales. La carga que circula, está directamente relacionada con una variable de vital importancia y que se conocerá en el siguiente capítulo (La intensidad de la corriente eléctrica).

4.4 Cálculo del campo a partir del potencial

El potencial eléctrico es una variable eléctrica más sencilla de utilizar que el campo eléctrico debido a que, la primera es del tipo escalar y la segunda vectorial. La ventaja es que ambas variables están relacionadas entre por lo que se puede obtener el campo a partir del potencial y viceversa. La principal ventaja se logra al simplificar la resolución de problemas de campo eléctrico al aplicar un enfoque de potencial, lo que vuelve el procedimiento mucho más sencillo, al manejar cantidades escalares y, por último, se realiza simplemente la conversión a campo.

El procedimiento para la conversión del potencial a campo se muestra a continuación:

Combinando las ecuaciones (6), (15) y (16) tenemos:

$$V = - \int_a^b \vec{E} \cdot \vec{dS} \quad (17)$$

Si la ecuación (17) se expresa como una ecuación diferencial:

$$dV = -\vec{E} \cdot \vec{dS} \quad (18)$$

En el caso de que el potencial eléctrico sea dependiente de una sola coordenada espacial (x), el diferencial del voltaje se expresa de la siguiente forma:

$$dV = -E_x dx \quad (19)$$

Despejando la componente del campo eléctrico en x se obtiene la ecuación (20):

$$E_x = -\frac{dV}{dx} \quad (20)$$

En el caso de que el potencial eléctrico sea dependiente de tres coordenadas espaciales (x, y, z):

$$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x}, \quad E_y = -\frac{\partial V}{\partial y} \quad \text{y} \quad E_z = -\frac{\partial V}{\partial z} \quad (21)$$

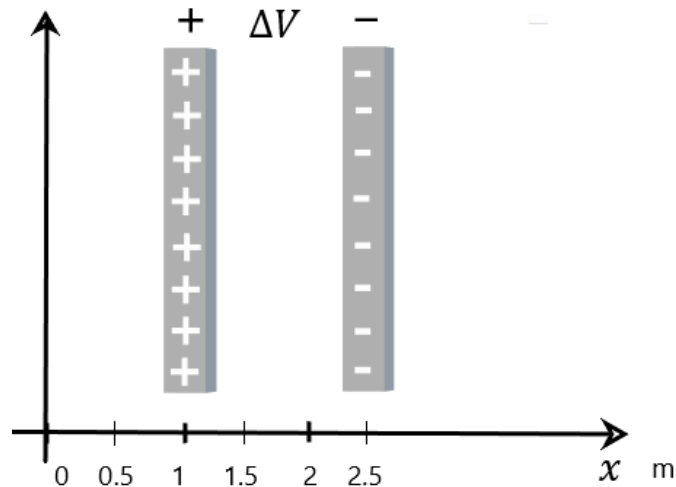
En donde podemos observar que: la componente del campo eléctrico en x , es la derivada parcial de la diferencia de potencial con respecto a x , la componente del campo eléctrico en y , es la derivada parcial de la diferencia de potencial con respecto a y , y la componente del campo eléctrico en z , es la derivada parcial de la diferencia de potencial con respecto a z .

Para el caso simplificado en el cual se considera la existencia de un campo eléctrico uniforme entre una diferencia de potencial, le ecuación (20) se reduce a:

$$E = -\frac{\Delta V}{\Delta x} \quad (22)$$

Ejemplo 8: Un campo eléctrico uniforme es producido entre dos placas paralelas cargadas (Figura 4.5), es paralelo al eje x . La placa positiva se encuentra en la coordenada $x = 1.0 \text{ m}$ y la placa en negativa en $x = 2.5 \text{ m}$. ¿Cuál es la magnitud y dirección del campo si la placa positiva tiene un potencial $V_2 = +750 \text{ V}$ y la placa negativa se encuentra conectada a tierra ($V_1 = 0$)?

Figura 4.5 Bosquejo del ejemplo 8



Al contar con un campo eléctrico uniforme a lo largo de la diferencia de potencial, aplicamos la ecuación (22).

$$E = -\frac{\Delta V}{\Delta x}$$

Donde:

$$\Delta V = V_2 - V_1 = 750 \text{ V}$$

Si x_1 corresponde a la coordenada en x para la placa negativa y x_2 la coordenada en x para la placa positiva, entonces la diferencia de potencial se define como:

$$\Delta x = x_2 - x_1 = 1 \text{ m} - 2.5 \text{ m} = -1.5 \text{ m}$$

Se sustituyen Δx y ΔV en la ecuación (22):

$$E = -\frac{\Delta V}{\Delta x} = -\frac{750 \text{ V}}{-1.5 \text{ m}}$$

$$E = 500 \text{ V/m}$$

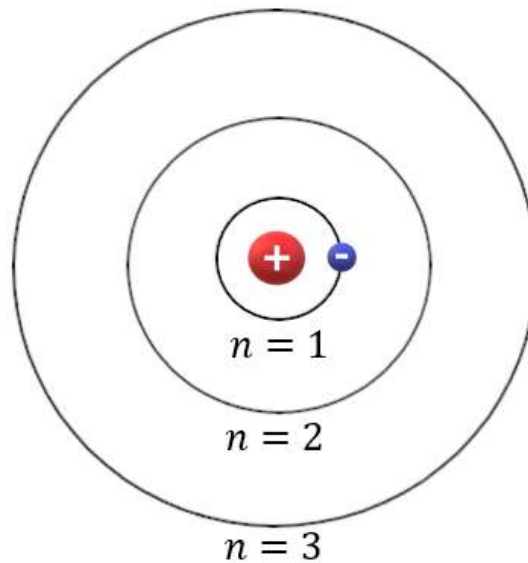
El signo positivo del campo indica que su dirección entre las placas va de la terminal positiva a la terminal negativa. Note que el valor de Δx es negativo debido a que por lo general el potencial mayor está más cerca del punto de origen que el potencial menor, con lo que se cancela el signo negativo en la ecuación (22).

Evalúe lo aprendido...

Instrucciones: Resuelva los problemas que se plantean a continuación:

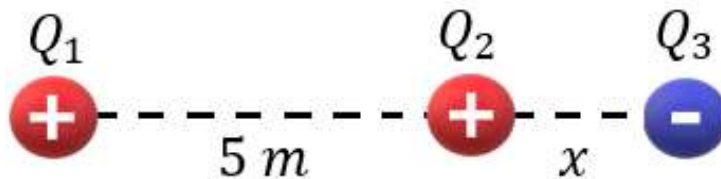
- El modelo de Bohr para el átomo de hidrógeno, establece que el electrón puede orbitar alrededor del protón, únicamente en radios permitidos conocidos como niveles energéticos (Figura 1). Establezca la energía potencial del átomo para los niveles: a) $n = 1$ con $r = 0.529 \text{ \AA}$, b) $n = 2$ con $r = 2.116 \text{ \AA}$ y c) $n = 3$ con $r = 4.761 \text{ \AA}$. Nota: 1 Ångstrom (Å) es igual a $1 \times 10^{-10} \text{ m}$.

Figura 1



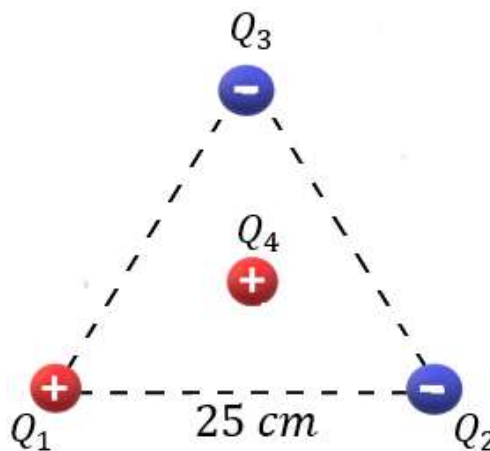
- Calcule el valor de x para el cual la energía potencial del sistema es cero si, $Q_1 = +12 \mu\text{C}$, $Q_2 = +9 \mu\text{C}$ y $Q_3 = -18 \mu\text{C}$ (Figura 2).

Figura 2



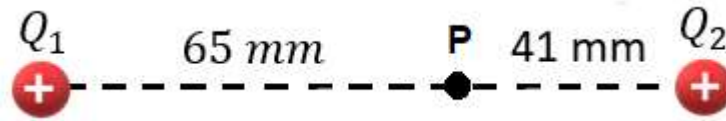
- Encuentre la energía potencial del sistema de cargas que se muestra en la Figura 3 si, $Q_1 = +35 \text{ nC}$, $Q_2 = -43.8 \text{ nC}$, $Q_3 = -26.5 \text{ nC}$ y $Q_4 = +51.2 \text{ nC}$. El triángulo es del tipo equilátero.

Figura 3



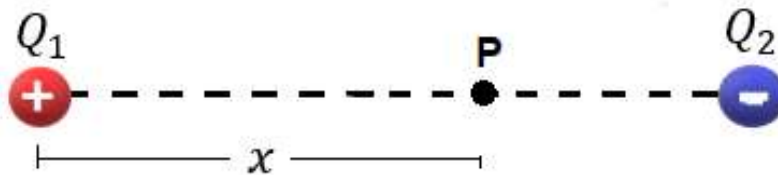
4. Calcule el potencial eléctrico en el punto **P** de la Figura 4, si $Q_1 = 28.4 \mu C$ y $Q_2 = 17.9 \mu C$.

Figura 4



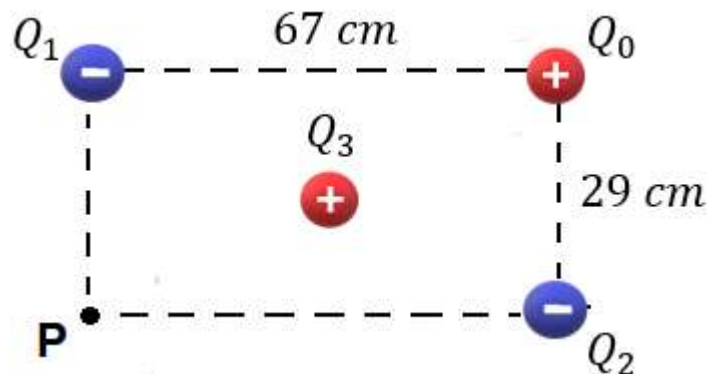
5. Calcule el valor de x en el sistema de cargas de la Figura 5, para el cual el punto **P** experimenta un potencial eléctrico de 0. $Q_1 = 10 \mu C$, $Q_2 = -5.8 \mu C$ y la distancia entre cargas es de 15 mm .

Figura 5



6. Calcule el potencial eléctrico en **P** (Figura 6) si: $Q_0 = 13.6 \text{ mC}$, $Q_1 = -18.5 \text{ mC}$, $Q_2 = -23.1 \text{ mC}$ y $Q_3 = 9.1 \text{ mC}$.

Figura 6



7. Calcule el potencial eléctrico en un punto **P** del espacio, si una carga de prueba $Q_0 = 0.7 \text{ C}$, requiere de 32 Joules para ser llevada desde el infinito hasta dicho punto.
8. Una batería de 3.7 V usada para teléfono celular, es capaz de almacenar una carga eléctrica de 4000 mA-h. Determine la energía total que la batería puede proporcionar al equipo.
9. El consumo de energía en un hogar es de 356 kW-h en un periodo de dos meses. Determine la carga total que ha circulado por todos los tomacorrientes de la casa, si el voltaje que proporcionan estos es de 110 V.

Un rayo promedio se produce debido a una diferencia de potencial entre las nubes y el suelo de mil millones de Volts, ocasionando la transferencia de carga al piso de aproximadamente 50 Coulomb.

a) Determine la energía contenida por un rayo, b) Determine el valor en pesos de la energía eléctrica contenida en un rayo sí, 1 kW-h vale aproximadamente 1.20 pesos.

Capítulo 5: Corriente y resistencia eléctrica

Objetivos:

- El estudiante identificará los conceptos básicos sobre corriente y resistencia eléctrica y, adquirirá el conocimiento sobre los elementos para llevar a cabo su determinación. Aunado a ello, identificará las leyes fundamentales que gobiernan el comportamiento de dichos parámetros.

En los capítulos anteriores se estudió la Electricidad desde el punto de vista de las cargas en reposo: Electrostática. Por otro lado, en muchos de los fenómenos físicos, químicos y aplicaciones tecnológicas que involucran la electricidad, las cargas en movimiento juegan un papel prioritario, por lo que las leyes que gobiernan su comportamiento se abordarán en este capítulo. Al estudio de la Electricidad desde el punto de vista de las cargas en movimiento se conoce como Electrodinámica, la cual es considerada la base para el estudio de otros tópicos como circuitos eléctricos, electrónica analógica y digital.

5.1 Corriente eléctrica

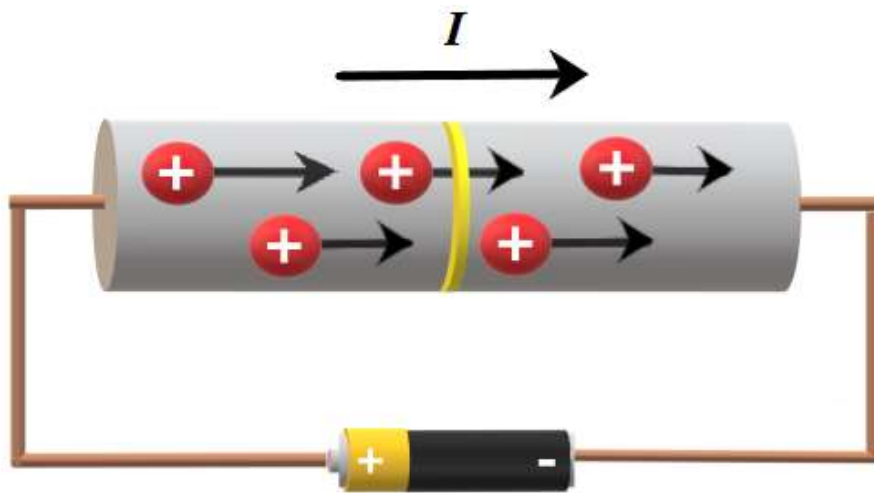
La corriente eléctrica es una de las siete unidades fundamentales del S.I. y la variable eléctrica más importante. Su nombre formal es *Intensidad de la corriente eléctrica* y se representa por la letra I .

Intensidad de la Corriente Eléctrica se define como la cantidad de carga Q que pasa a través del área de sección transversal de un conductor por unidad de tiempo t y se describe matemáticamente con la ecuación (1).

$$I = \frac{Q}{t} \quad (1)$$

La unidad de la corriente eléctrica es el Ampere (A), en honor al físico y matemático André Marie Ampere. Como se observa en (1), el Ampere es igual a Coulomb / segundo.

Figura 5.1 Intensidad de la corriente eléctrica



En la Figura 5.1 se observa la representación de la corriente eléctrica que pasa a través de un conductor. Un conjunto de cargas positivas se desplaza de izquierda a derecha debido a la acción del voltaje proporcionado por la batería. La línea amarilla en el alambre conductor, representa un corte imaginario perpendicular a la superficie del conductor (área de sección transversal) por el cual pasa una cantidad de carga en un tiempo determinado. Las cargas en movimiento dentro del conductor se representan como positivas, y aunque contrario a la realidad (las cargas libres dentro de los conductores son los electrones), esto simplifica muchos cálculos al no considerar el signo negativo de la carga del electrón.

La corriente eléctrica es considerada la unidad fundamental en Electricidad, no porque en realidad lo sea, sino por su mayor facilidad de medirse si se compara con la carga eléctrica, la cual debería tener dicha atribución.

Ejemplo 1: Un teléfono inteligente consume 0.9 A cuando se utiliza a su máxima capacidad de procesamiento y es capaz de mantenerse encendido por 4 horas. a) Determine la carga consumida por el teléfono en Coulomb, b) exprese la carga consumida en unidades de mAh.

En el inciso a) se aplica la ecuación (1) de la cual se despeja Q :

$$Q = I \cdot t$$

Se hace la conversión del tiempo de horas a segundos:

$$t = (4 \text{ horas}) \left(\frac{3600 \text{ segundos}}{1 \text{ hora}} \right) = 14\,400 \text{ s}$$

Sustituyendo valores:

$$Q = (0.9 \text{ A}) \cdot (14\,400 \text{ s})$$

$$Q = 12\,960 \text{ C}$$

En el inciso b) utilizamos la equivalencia $1 \text{ mA} - \text{h} = 3.6 \text{ C}$:

$$C = (12\,960 \text{ C}) \left(\frac{1 \text{ mAh}}{3.6 \text{ C}} \right)$$

$$Q = 3600 \text{ mA} - \text{h}$$

5.2 Densidad de corriente

La cantidad de carga que circula a través de un conductor por unidad de tiempo denota a la corriente eléctrica, aunque ésta no toma en cuenta la cantidad de carga que está circulando por unidad de área de sección transversal. No es lo mismo utilizar un alambre de grueso calibre a uno de menor calibre, aunque circule la misma corriente en ambos, debido a que la densidad de corriente eléctrica es menor en el primero y mayor en el segundo, trayendo importantes diferencias que se analizarán más adelante en este capítulo. A continuación, se brinda la definición de densidad de corriente:

Densidad de corriente (J) se define como la corriente eléctrica I que circula por unidad de área de sección transversal en un conductor. S denota el área de sección transversal. La ecuación matemática que describe la densidad de corriente se muestra a continuación:

$$J = \frac{I}{S} \tag{2}$$

Ejemplo 2: Calcule la densidad de corriente para alambre de cobre de: a) calibre 14 y b) calibre 10. si la corriente que circula a través de ambos es de 2.5 A.

Para el inciso a) se calcula el área de sección transversal si sabemos que el diámetro de un alambre calibre 14 es de 1.625 mm.

$$S = \pi \frac{D^2}{4} = \pi \frac{(1.625 \times 10^{-3} \text{ m})^2}{4} = 2.0739 \times 10^{-6} \text{ m}^2$$

$$J = \frac{2.5 \text{ A}}{2.0739 \times 10^{-6} \text{ m}^2} = 1\,205\,458.315 \text{ A/m}^2$$

Para el inciso b) se calcula el área de sección transversal si sabemos que el diámetro de un alambre calibre 10 es de 2.591 mm.

$$S = \pi \frac{D^2}{4} = \pi \frac{(2.591 \times 10^{-3} \text{ m})^2}{4} = 5.273 \times 10^{-6} \text{ m}^2$$

$$J = \frac{2.5 \text{ A}}{5.273 \times 10^{-6} \text{ m}^2} = 474 \text{ 149. 5048 A/m}^2$$

5.3 Resistencia, Resistividad y Conductividad

La corriente eléctrica fluye con mayor o menor facilidad a través de los cuerpos debido a tres características:

- Material del que se constituyen
- Dimensiones geométricas

Los materiales de acuerdo a su estructura química facilitan o dificultan el paso de la corriente eléctrica a través de ellos, lo que está estrechamente relacionado con el concepto de resistividad. Cada material posee una resistividad específica que lo clasifica dentro de tres grandes grupos: conductor, semiconductor o aislante. Por otro lado, para un cuerpo conformado por un material y con dimensiones geométricas determinadas, la oposición presentada al flujo de la corriente eléctrica se cuantifica con su resistencia, y su comportamiento es descrito por la Ley de Ohm. En las siguientes secciones se amplía el estudio de estos conceptos.

5.3.1 Resistencia eléctrica y la Ley de Ohm

Con el descubrimiento de Oersted a principios del siglo XIX, en que relacionaba la corriente eléctrica que pasa a través de un conductor, con la desviación de la aguja magnetizada en una brújula, el científico Alemán George Simón Ohm comenzó a cuantificar la corriente eléctrica que pasa a través de un conductor, dependiendo de la mayor o menor desviación de la aguja. Valiéndose a su vez de la pila de Volta, comenzó a experimentar con la correspondencia entre las variables intensidad de la corriente que pasa a través de un conductor y el voltaje aplicado a este, encontrando una relación matemática conocida el día de hoy como la Ley de Ohm en honor a su descubridor.

La Ley de Ohm establece que: la corriente que pasa a través de dos puntos determinados de un conductor es directamente proporcional al voltaje aplicado entre esos puntos.

$$I \propto V \tag{3}$$

El símbolo \propto se lee como “es proporcional a”. Debido a que la expresión matemática (3) carece del símbolo de igualdad, aún no puede ser considerada como una ecuación y para que esto suceda, debe agregarse una constante de proporcionalidad G como se muestra en (4):

$$I = G V \tag{4}$$

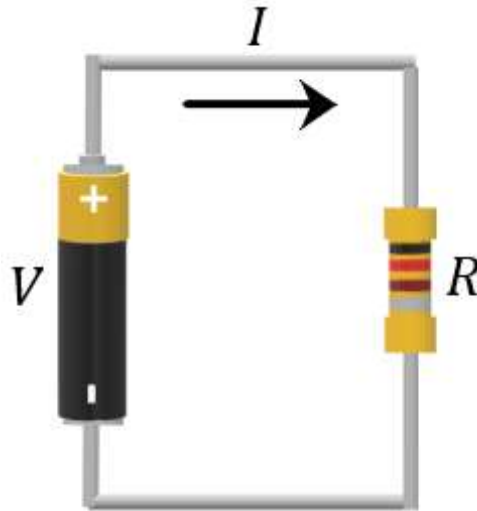
La constante de proporcionalidad G se denomina *conductancia*, definiéndose como la facilidad que ofrece un conductor al paso de la corriente eléctrica y su unidad de medida es el Siemens (S). En la investigación de Ohm se usó la inversa de dicha constante, a la cual se denominó *resistencia eléctrica* (R), definiéndose como la dificultad que ofrece un conductor al paso de la corriente eléctrica. La unidad de medida de la resistencia eléctrica es el Ohm (Ω).

$$G = \frac{1}{R} \tag{5}$$

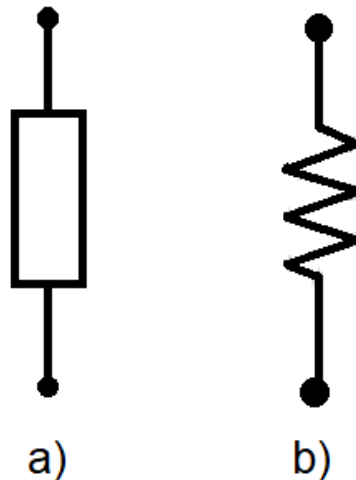
Finalmente, la Ley de Ohm se enuncia de la siguiente manera: *el flujo de corriente I a través de un objeto conductor es directamente proporcional a la diferencia de potencial V aplicada a este e inversamente proporcional a su resistencia eléctrica R .*

$$I = \frac{V}{R} \tag{6}$$

En la Figura 5.2 se muestran las variables que involucra la Ley de Ohm.

Figura 5.2 Variables de la Ley de Ohm

La resistencia eléctrica es una propiedad del objeto conductor, en la cual es importante no solo el material, sino las dimensiones geométricas de éste. A dicho objeto se le denomina resistor eléctrico. El símbolo para representar un resistor se muestra en la Figura 5.3:

Figura 5.3 Símbolo del resistor: a) IEC, b) ANSI.

En esta sección se aprendió a calcular la resistencia eléctrica por el método experimental, aplicando voltajes y midiendo las corrientes de respuesta, pero en la siguiente sección se estudiará el procedimiento para obtener la resistencia eléctrica de un objeto conductor a partir de sus características.

Ejemplo 3: Un diodo led soporta una corriente máxima de 20 mA. Si el led se alimenta con una fuente de voltaje de 5 V ¿Cuál es la resistencia eléctrica mínima que debe conectarse en serie para evitar la destrucción del led?

Aplicando la Ley de Ohm y despejando R tenemos:

$$R = \frac{V}{I}$$

Sustituyendo valores:

$$R = \frac{5V}{20 \times 10^{-3} A}$$

$$R = 250 \Omega$$

La resistencia que debe ponerse en serie para evitar que el led se destruya es de $R \geq 250\Omega$. Valores mayores están permitidos debido a que limitan la corriente dentro del rango $0 \leq I < 20 \text{ mA}$.

Ejemplo 4: La corriente eléctrica máxima que soporta el corazón de una persona sin causar arritmia cardiaca es de 30 mA El cuerpo humano se comporta como un resistor eléctrico y su resistencia promedio es de 1500Ω (aunque puede variar por factores como la humedad de la piel). Determine el voltaje máximo que una persona puede tocar sin poner en riesgo la vida.

Aplicando la Ley de Ohm y despejando V tenemos:

$$V = IR$$

Sustituyendo valores:

$$V = (30 \times 10^{-3} A)(1500 \Omega)$$

$$V = 45 V$$

Nota: El problema 4 es un planteamiento simplificado cuyo resultado es solo estimativo, debido a que existen muchas variables que no han sido tomadas en cuenta. Un análisis más complejo debe ser realizado para determinar el voltaje seguro para el humano tanto de corriente directa como de alterna.

5.3.2 Resistividad eléctrica

Los materiales debido a su estructura química y a los tipos de enlaces que los conforman pueden presentar una mayor o menor oposición al paso de la corriente eléctrica. Es bien conocido que los metales son buenos conductores eléctricos, no así los materiales del tipo cerámico o polímeros. El estudio de la capacidad de conducción de carga para los materiales, se engloba en una propiedad eléctrica conocida como resistividad, la cual se define a continuación:

La resistividad eléctrica se define como la propiedad de un material de oponerse al paso de la corriente eléctrica. Se representa con la letra griega rho (ρ) y tiene unidades de $\Omega \cdot m$. Al inverso de la resistividad se le conoce como *conductividad* y se define como la propiedad de un material de permitir paso de la corriente eléctrica. Se representa con la letra griega sigma (σ) y tiene unidades de $\Omega^{-1}m^{-1}$. Las variables resistividad y conductividad pueden ser usadas de manera indistinta, teniendo en cuenta la ecuación de conversión (7) En general se prefiere el uso de la resistividad eléctrica en el estudio de la capacidad de conducción de los materiales.

A continuación, se muestra la Tabla 5.1 con las resistividades para varios tipos de materiales comunes:

Tabla 5.1. Resistividad de materiales

Material	Resistividad ρ a $20^\circ C$ ($\Omega \cdot m$)
Conductores	
Plata	1.62×10^{-8}
Cobre	1.69×10^{-8}
Oro	2.35×10^{-8}
Aluminio	2.75×10^{-8}
Tungsteno	5.25×10^{-8}
Acero	9.68×10^{-8}
Platino	10.6×10^{-8}
Semiconductores	
Silicio puro	2.5×10^3
Silicio tipo N	8.7×10^{-4}
Silicio tipo P	2.8×10^{-3}
Aislantes	
Vidrio	$10^{10} - 10^{14}$
Cuarzo fundido	$\approx 10^{16}$

Fuente de Consulta: Resnick, 2002, p. 122

La ecuación (7) describe la relación entre conductividad y resistividad eléctrica.

$$\sigma = \frac{1}{\rho} \quad (7)$$

Los materiales se clasifican de acuerdo a su resistividad en 3 tipos:

- Conductores
- Semiconductores
- Aislantes

Conductores: cuentan con una muy baja resistividad eléctrica. Se puede observar que los conductores típicos son los metales, los cuales por su naturaleza química cuentan con una gran cantidad de electrones libres que sirven para llevar la carga de un lugar a otro a través del material. Se estima que un centímetro cúbico de metal tiene en promedio 10^{23} electrones libres. En la Tabla 5.1 se puede observar que el mejor conductor es la plata, con una resistividad inferior incluso al cobre y al oro.

Aislantes: cuentan con una muy alta resistividad eléctrica. Se puede observar que los aislantes típicos son los materiales cerámicos y poliméricos, los cuales por su naturaleza química cuentan con muy pocos electrones libres o portadores de carga. Se estima que un centímetro cúbico de un buen aislante no existe ni siquiera un electrón libre. Entre los aislantes típicos podemos encontrar el vidrio, cuarzo fundido, caucho, acrílico, polietileno entre otros.

Semiconductores: cuentan con un nivel intermedio de resistividad, con valores a la mitad de la escala entre un conductor y un aislante. Los materiales semiconductores que podemos encontrar en la naturaleza son el silicio y el germanio, y cuentan con un número estimado 10^{12} portadores de carga por centímetro cúbico. La característica más importante de los semiconductores es que su conductividad puede ser aumentada en forma controlada, agregando impurezas al material, proceso que se denomina dopado; esta característica ha revolucionado el desarrollo de la tecnología electrónica actual, permitiendo el desarrollo del transistor de estado sólido y con ello el desarrollo de los microprocesadores, microcontroladores y los sistemas embebidos en general.

5.3.3 Resistencia eléctrica de un alambre

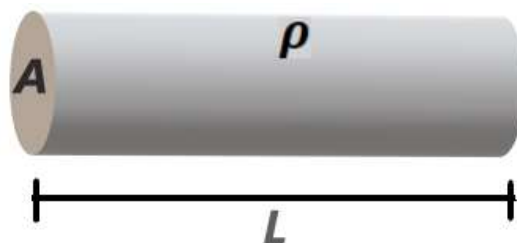
En la sección 5.3.1 se calculó el valor de la resistencia de un cuerpo conductor de forma experimental, aplicando un voltaje de entrada y midiendo el voltaje de salida para posteriormente aplicar la Ley de Ohm. En esta sección se obtendrá el valor de la resistencia de un cuerpo conductor a partir de dos propiedades:

- Resistividad del material.
- Dimensiones geométricas.

La resistencia de un alambre depende de la resistividad ρ del material en que es construido además de ser proporcional a su largo L e inversamente proporcional al grosor A (área de sección transversal). Entre mayor sea la longitud de un cable mayor será su resistencia eléctrica, en cambio, si se aumenta el grosor la resistencia disminuye. Lo anterior queda plasmado en la ecuación (8), para el cálculo de la resistencia de un alambre de cualquier material:

$$R = \rho \frac{L}{A} \quad (8)$$

Figura 5.4 Variables para el cálculo de la resistencia eléctrica de un alambre



Ejemplo 5: En la Universidad Politécnica de Guanajuato, el edificio A se encuentra a 200 metros de la cafetería. Se necesita poner un alambre de cobre calibre 10 (diámetro de 2.59 mm) entre ambos edificios. Calcule la resistencia eléctrica del alambre.

Aplicando la ecuación (8) tenemos:

$$R = \rho \frac{L}{A}$$

Consultando la Tabla 5.1, obtenemos que la resistividad del cobre es $\rho_{Cu} = 1.69 \times 10^{-8} \Omega \cdot m$

Se calcula el área de sección transversal del cable utilizando su diámetro:

$$A = \pi \frac{D^2}{4} = \pi \frac{(2.59 \times 10^{-3} m)^2}{4}$$

$$A = 5.269 \times 10^{-6} m^2$$

Sustituyendo valores:

$$R = (1.69 \times 10^{-8} \Omega \cdot m) \frac{200m}{5.269 \times 10^{-6} m^2}$$

$$R = 0.641 \Omega$$

5.4 Transferencia de energía en un circuito eléctrico

Los circuitos eléctricos son trayectorias conductoras cerradas por las cuales circula corriente eléctrica a través de sus elementos. Existen dos tipos de elementos:

Elemento activo: es aquel que entrega energía al circuito y su nombre técnico es fuente de fuerza electromotriz. En esta clasificación podemos encontrar fuentes de voltaje, corriente eléctrica, pilas y baterías.

Elemento pasivo: es aquel que absorbe energía del circuito para transformarla en otro tipo de energía como puede ser luz, calor o movimiento. En esta clasificación podemos encontrar a los resistores, capacitores e inductores.

5.4.1 Potencia eléctrica y Ley de Joule

Para calcular la energía entregada o absorbida por los elementos eléctricos, el primer paso es encontrar la ecuación de la potencia eléctrica, la cual se deduce combinando la fórmula clásica de potencia con las ecuaciones que definen voltaje y corriente como se muestra a continuación:

$$P = \frac{U}{t} \tag{9}$$

$$P = \frac{U}{Q} \cdot \frac{Q}{t} \tag{10}$$

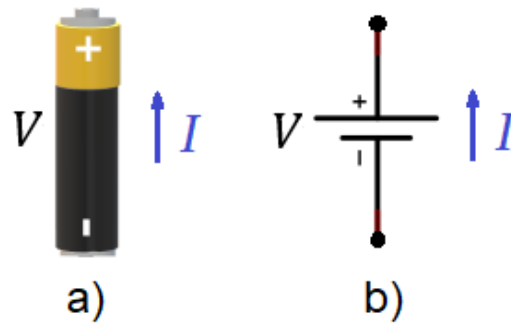
Se sabe que $V = U/Q$ e $I = Q/t$, sustituyendo en (10) se obtiene:

$$P = V \cdot I \tag{11}$$

La ecuación (11) sirve para calcular la potencia entregada o la potencia absorbida por un elemento eléctrico.

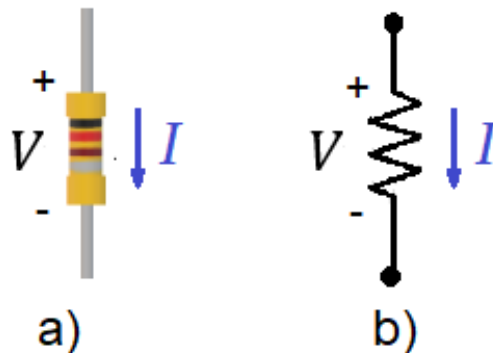
Potencia entregada: ocurre en el caso de los elementos activos del circuito, en los cuales la corriente entra por el electrodo negativo y sale por el positivo, a tal configuración se le conoce como convención activa. En la Figura 5.5 se observa un ejemplo de un elemento activo, la dirección de la corriente y la polaridad de su voltaje.

Figura 5.5 Potencia entregada y la convención activa: a) fuente de voltaje y b) su símbolo



Potencia absorbida: ocurre en el caso de los elementos pasivos del circuito, en los cuales la corriente entra por el electrodo positivo y sale por el negativo, a tal configuración se le conoce como convención pasiva. En la figura 5.6 se observa un ejemplo de un elemento pasivo, la dirección de la corriente y la polaridad de su voltaje.

Figura 5.6. Potencia absorbida y la convención pasiva. a) resistor y b) su símbolo



Ley de Joule: también conocida como Efecto Joule establece que la energía absorbida por un resistor eléctrico es transformada en calor. A mediados del siglo XIX el científico inglés James Prescott Joule observó que los resistores por los que circula una corriente eléctrica se calentaban, para cuantificar la energía calorífica disipada por el resistor, lo sumergió en un recipiente con agua y un termómetro encontrando la relación entre la potencia disipada como calor y la corriente eléctrica la cual dice lo siguiente: La potencia disipada como calor por un resistor eléctrico es proporcional al cuadrado de la intensidad de la corriente que circula a través de este y al valor de su resistencia. Matemáticamente la potencia disipada por un resistor se obtiene sustituyendo la Ley de Ohm en la ecuación (10). Se tienen dos posibles casos:

Caso I: Se despeja V de la Ley de Ohm y se sustituye en la ecuación (11).

$$P = V \cdot I$$

$$P = (I \cdot R) \cdot I = I^2 R$$

$$P = I^2 R \tag{12}$$

Caso II: Se despeja I de la Ley de Ohm y se sustituye en la ecuación (11).

$$P = V \cdot I$$

$$P = V \cdot \frac{V}{R}$$

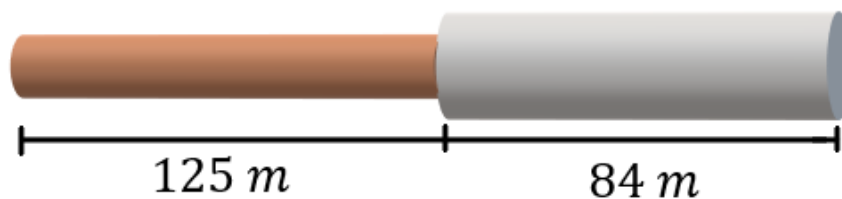
$$P = \frac{V^2}{R} \tag{13}$$

Evalúe lo aprendido...

Instrucciones: Resuelva los problemas que se plantean a continuación:

- Un teléfono inteligente consume 1.5 A cuando se utiliza a su máxima capacidad de procesamiento y es capaz de mantenerse encendido por 3.6 horas. a) Determine la carga consumida por el teléfono en Coulomb, b) exprese la carga consumida en unidades de mAh.
- La batería de un teléfono inteligente tiene una capacidad de carga de 4000 mAh, si se tiene un cargador capaz de entregar una corriente de 1500 mA. Determine el tiempo necesario para cargar por completo la batería desde cero.
- Calcule la densidad de corriente a través de alambres conductores por los que pasa una corriente de 2.5 A y tienen un diámetro de a) 1.5mm, b) 2.0 mm y c) 3.5mm.
- Se tienen dos fuentes de voltaje hipotéticas: a) 100 V a 1 A, b) 1 V a 100 A. Argumente cuál de las dos es más peligrosa para el ser humano basándose en la Ley de Ohm.
- ¿Por qué no es seguro tocar con las manos secas los electrodos de una batería de automóvil de 12 V si es capaz de entregar una corriente de más de 100 A? ¿Qué sucede si se hace con las manos húmedas?
- Un diodo led soporta una corriente máxima de 35 mA. Si el led se alimenta con una fuente de voltaje de 3.3 V ¿Cuál es la resistencia eléctrica mínima que debe conectarse en serie para evitar la destrucción del led?
- Encuentre la resistencia eléctrica de un resistor que está formado por dos varillas soldadas de cobre y aluminio cuyos diámetros respectivos son: $D_{Cu} = 0.8 \text{ mm}$ y $D_{AL} = 1.4 \text{ mm}$ y cuentan con las longitudes que se observan en la Figura 1. Consulte Tabla 5.1 del material.

Figura 1 Bosquejo del problema 7



- Calcule la potencia entregada por una fuente de voltaje de 40 V por la que pasa una corriente de 0.75 A del electrodo negativo al positivo.
- Una bombilla incandescente con filamento de tungsteno ($\rho = 5.6 \times 10^{-8} \Omega \cdot m$) tiene una longitud $L = 2 \text{ m}$ y diámetro de $3 \times 10^{-5} \text{ m}$. a) Determine la resistencia del filamento. b) Encuentre la potencia eléctrica absorbida por la bombilla, si es alimentada por un voltaje de 110 V. c) Si la bombilla es prendida 8 horas/día determine el número de kW-h consumidos en dos meses (30 días / mes) y su costo si 1kW-h = \$0.85.
- Explique por qué la propuesta de Nikola Tesla sobre la estandarización de la Corriente Alterna como medio de transmisión de la energía eléctrica, ganó a la propuesta de Thomas Alva Edison, que proponía a la Corriente Directa para tal fin. Nota: utilice las ecuaciones de la potencia disipada de un resistor para argumentar su propuesta.

Capítulo 6 Circuitos en serie y paralelo

Objetivos

- El estudiante identificará los conceptos vinculados a circuito eléctrico y su clasificación.
- El estudiante será capaz de identificar y aplicar, las leyes fundamentales para la obtención de parámetros en un circuito eléctrico.

6.1 Circuitos de corriente continua

Un circuito eléctrico es una trayectoria cerrada por la cual circulan cargas, cuya finalidad es la transformación de la energía eléctrica en otros tipos de energía. Para poder constituirse, los circuitos cuentan con tres tipos de elementos básicos:

- Fuente de fuerza electromotriz (FEM): su función es proporcionar energía al circuito, generando el movimiento de electrones a través de la trayectoria cerrada, mediante fuerzas y campos de tipo eléctrico. Las fuentes de fuerza electromotriz las encontraremos en la práctica como baterías electroquímicas, generadores eléctricos, celdas fotovoltaicas, celdas de combustible entre otras. Las FEM son clasificadas como elementos eléctricos activos debido a que entregan energía al circuito.
- Componentes eléctricos: se encargan de controlar el flujo de carga o transformar la energía eléctrica en otros tipos de energía como los son: luz, calor o movimiento. Los componentes eléctricos son clasificados como elementos eléctricos pasivos del circuito debido a que consumen energía. Los tres tipos de componentes eléctricos básicos son el resistor, capacitor e inductor.
- Líneas conductoras: están formadas por materiales de baja resistividad, las cuales permiten el movimiento de carga desde la fuente de fuerza electromotriz a los componentes eléctricos y viceversa. En general se usan alambres o pistas de cobre para dicho fin.

Debido al tipo de corriente eléctrica que circula a través de los circuitos, estos se dividen en dos áreas de estudio, por lo que para ello es importante definir los conceptos de Corriente Continua (CC) y Corriente Alterna (CA):

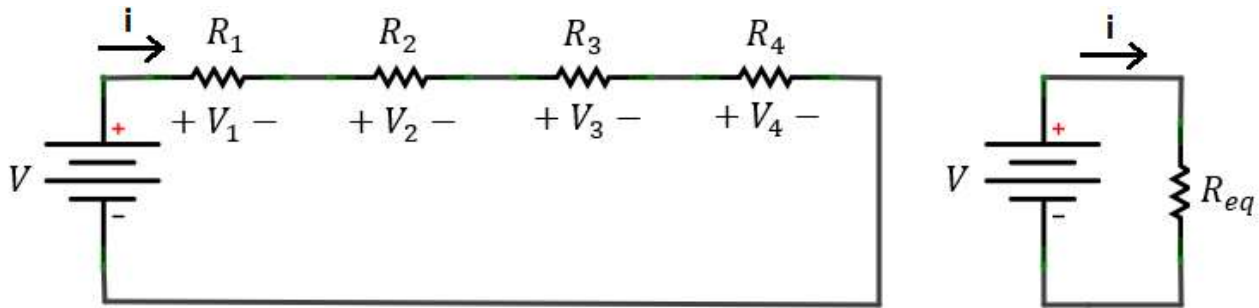
- a) Corriente Continua: es el flujo de electrones o cargas eléctricas a través de un circuito en un solo sentido, también se denomina como Corriente Directa (CD).
- b) Corriente Alterna: es el flujo de electrones o cargas eléctricas a través de un circuito en ambos sentidos.

En esta sección se estudian los circuitos de corriente continua constituidos únicamente por elementos resistivos además de su fuente de fuerza electromotriz, dichos circuitos se pueden clasificar de tres formas:

- Circuitos resistivos en serie
- Circuitos resistivos en paralelo
- Circuitos resistivos mixtos

Los circuitos resistivos en serie (Figura 6.1) tienen las siguientes características:

Figura 6.1 Circuito resistivo en serie



La intensidad de la corriente (i) tiene la misma magnitud, en cada uno de los elementos.

$$i = i_1 = i_2 = i_3 = i_4 = i_n \quad (1)$$

El voltaje de la fuente de poder (V) es igual a la suma del voltaje de cada uno de los elementos resistivos:

$$V_1 + V_2 + V_3 + V_4 + \dots + V_n \quad (2)$$

Combinando la Ley de Ohm con la ecuación (2) tenemos lo siguiente:

$$iR_{eq} = iR_1 + iR_2 + iR_4 + \dots + iR_n \quad (3)$$

factorizando i tenemos que:

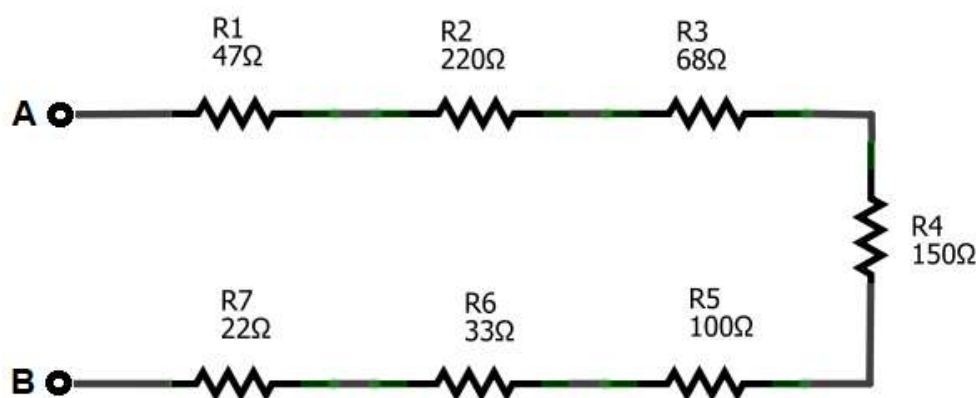
$$iR_{eq} = i(R_1 + R_2 + R_3 + R_4 + \dots + R_n) \quad (4)$$

El valor de i se puede eliminar de la ecuación, obteniendo la ecuación para los circuitos resistivos en serie:

$$R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3 + R_4 + \dots + R_N \quad (5)$$

Ejemplo 1: Encuentre la resistencia equivalente entre los nodos A y B para el circuito mostrado en la Figura 6.2.

Figura 6.2 Representación del circuito del ejemplo 1



Solución: Los elementos resistivos se encuentran conectados en serie, por lo tanto, para obtener la resistencia equivalente, se aplica la ecuación (5):

$$R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3 + R_4 + R_5 + R_6 + R_7$$

Sustituyendo los valores correspondientes:

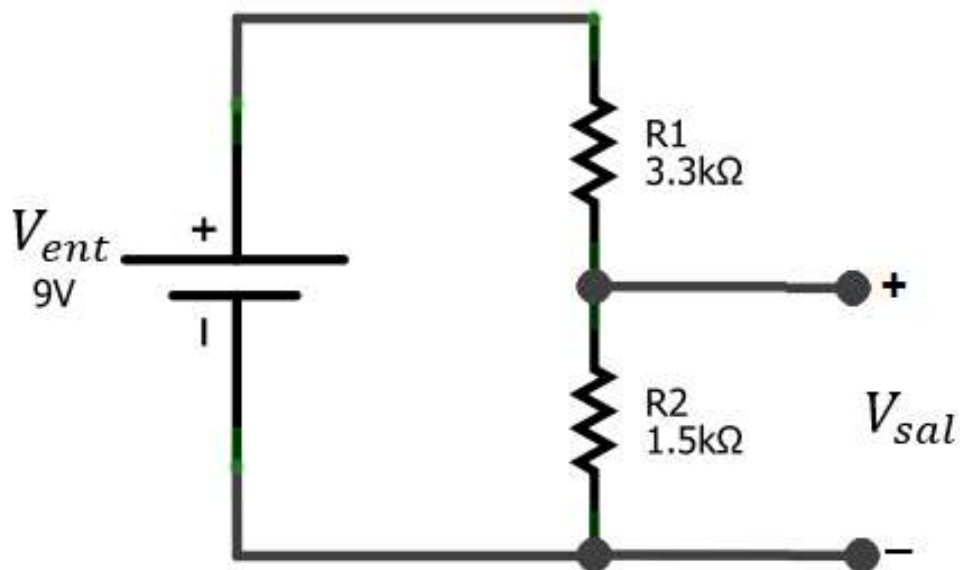
$$R_{eq} = 47 \Omega + 220 \Omega + 68 \Omega + 150 \Omega + 100 \Omega + 33 \Omega + 22 \Omega$$

La resistencia equivalente se muestra a continuación:

$$R_{eq} = 640 \Omega$$

Ejemplo 2: El circuito resistivo en serie que se muestra en la Figura 6.3 se denomina divisor de voltaje, el cual fracciona el voltaje de la fuente de entrada (V_{ent}) entre los resistores. Encuentre el voltaje de salida (V_{sal}).

Figura 6.3 Representación del circuito del ejemplo 2.



Solución: Para conocer el voltaje V_{sal} en la resistencia R_2 se necesita conocer la corriente que circula por el resistor. Dicha corriente es la misma que circula por todo el circuito, al ser del tipo resistivo en serie.

Para obtener la corriente se calcula primero la resistencia equivalente:

$$R_{eq} = R_1 + R_2$$

$$R_{eq} = (3300 \Omega) + (1500 \Omega) = 4800 \Omega$$

Una vez obtenida R_{eq} se calcula la corriente del circuito resistivo como se muestra a continuación:

$$i = \frac{V_{ent}}{R_{eq}} = \frac{9V}{4800 \Omega} = 1.875 mA$$

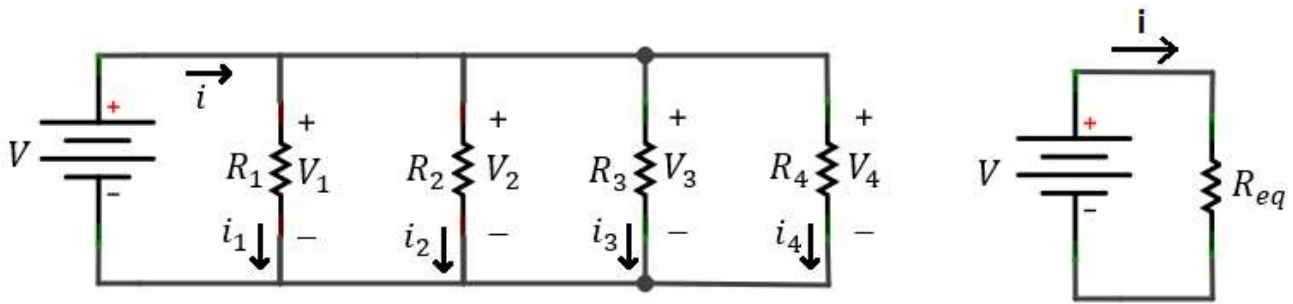
El voltaje de salida V_{sal} se calcula aplicando la Ley de Ohm al multiplicar la corriente del circuito i por la resistencia R_2 :

$$V_{sal} = i R_2 = (1.875 \times 10^{-3} A)(1500 \Omega)$$

$$V_{sal} = 2.8125 V$$

Los circuitos resistivos en paralelo (Figura 6.4) tienen las siguientes características:

Figura 6.4 Circuito resistivo en paralelo.



El voltaje (V) tiene la misma magnitud, en cada uno de los elementos resistivos (ecuación 6).

$$V = V_1 = V_2 = V_3 = V_4 = V_n \quad (6)$$

La intensidad de la corriente (i) en la fuente de poder es igual a la suma de las intensidades de cada uno de los elementos resistivos (ecuación 7):

$$i = i_1 + i_2 + i_3 + i_4 \quad (7)$$

Combinando la Ley de Ohm con la ecuación (7) tenemos lo siguiente:

$$\frac{V}{R} = \frac{V}{R_1} + \frac{V}{R_2} + \frac{V}{R_3} + \dots + \frac{V}{R_4} \quad (8)$$

factorizando i tenemos que:

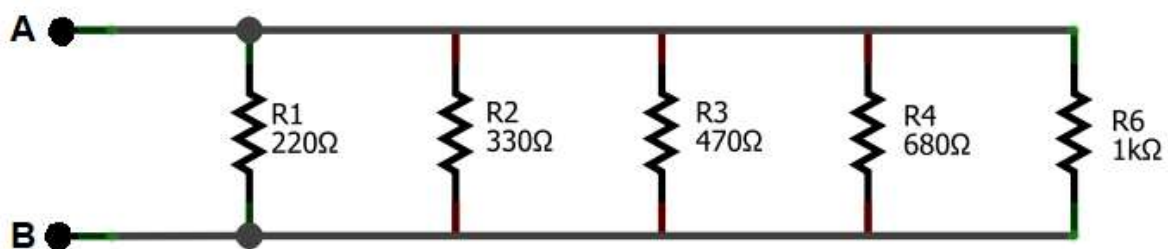
$$\frac{V}{R} = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots + \frac{1}{R_4} \right) V \quad (9)$$

El valor de i se puede eliminar de la ecuación, obteniendo la ecuación para los circuitos resistivos en serie:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} + \dots + \frac{1}{R_5} \quad (10)$$

Ejemplo 3: Encuentre la resistencia equivalente entre los nodos A y B para el circuito mostrado en la Figura 6.5.

Figura 6.5 Representación del circuito del ejemplo 3.



Solución: Los elementos resistivos se encuentran conectados en paralelo, por lo tanto, para obtener la resistencia equivalente, se aplica la ecuación (10):

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_6}$$

Sustituyendo los valores correspondientes:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{220 \Omega} + \frac{1}{330 \Omega} + \frac{1}{470 \Omega} + \frac{1}{680 \Omega} + \frac{1}{1000 \Omega}$$

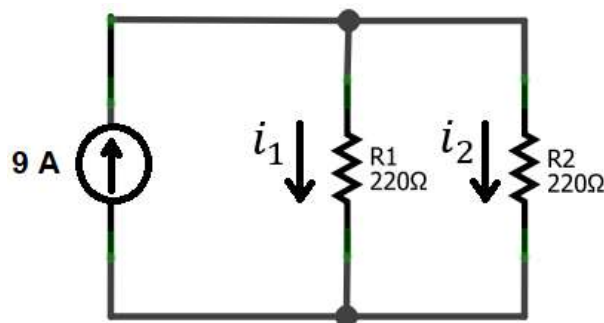
Es importante mencionar que, al valor obtenido en la ecuación anterior, hay que aplicarle la inversa para obtener la resistencia equivalente. A continuación, se muestra el resultado.

$$R_{eq} = \frac{1}{\frac{1}{220 \Omega} + \frac{1}{330 \Omega} + \frac{1}{470 \Omega} + \frac{1}{680 \Omega} + \frac{1}{1000 \Omega}}$$

$$R_{eq} = 82.1422 \Omega$$

Ejemplo 4: El circuito resistivo en paralelo que se muestra en la Figura 6.6 se denomina divisor de corriente, el cual fracciona la corriente de la fuente de entrada (9 A) entre los resistores. Encuentre la corriente de salida i_2 .

Figura 6.6 Representación del circuito del ejemplo 4



Solución: Para conocer la corriente i_2 en la resistencia R_2 , se necesita conocer su voltaje. Dicho voltaje es el mismo para ambos resistores, al ser un circuito en paralelo.

Para obtener el voltaje se calcula primero la resistencia equivalente:

$$R_{eq} = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

$$R_{eq} = \frac{(220 \Omega)(220 \Omega)}{220 \Omega + 220 \Omega} = 110 \Omega$$

Una vez obtenida R_{eq} se calcula el voltaje del circuito resistivo como se muestra a continuación (recordando que al ser un circuito resistivo en paralelo $V_{eq} = V_1 = V_2$):

$$V_{eq} = i R_{eq} = (9 A)(110 \Omega) = 990 V$$

La corriente de salida i_2 se calcula aplicando la Ley de Ohm, al dividir el voltaje en R_2 entre la resistencia R_2 :

$$i_2 = \frac{V_2}{R_2} = \frac{990 V}{220 \Omega}$$

$$i_2 = 4.5 A$$

Circuitos resistivos conectados en mixto. Gran parte de los circuitos resistivos que se emplean en aplicaciones tecnológicas, no se encuentran únicamente en serie o en paralelo, sino en una combinación de ambas configuraciones, a este tipo de circuitos se les denomina mixtos. Al igual que los circuitos puros en serie o paralelo, los circuitos resistivos mixtos también pueden ser sustituidos por un único resistor, conocido como resistor equivalente. Para lograr dicho objetivo es necesario seguir los pasos que se muestran a continuación:

Paso 1: obtén la resistencia equivalente para los resistores que se encuentren únicamente en serie o en paralelo en el circuito.

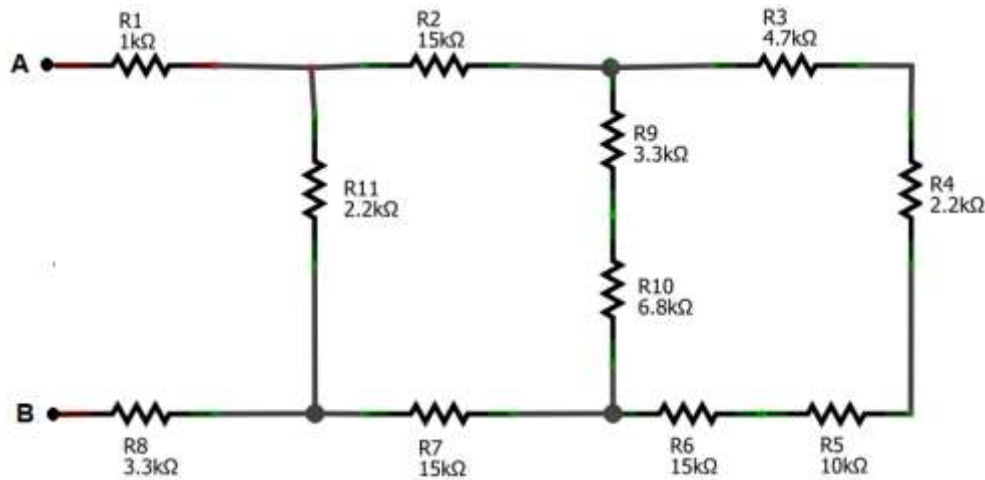
Paso 2: redibuja el circuito sustituyendo cada una de estas combinaciones de resistores en serie o en paralelo, por su respectivo resistor equivalente.

Paso 3: repita el paso uno y dos hasta lograr que el circuito sea reducido a un solo resistor equivalente.

A continuación, se muestran algunos ejemplos de la obtención de la resistencia equivalente para circuitos resistivos de tipo mixto:

Ejemplo 5: Encuentre la resistencia equivalente para el circuito mostrado en la Figura 6.7.

Figura 6.7 Representación del circuito del ejemplo 5



Solución: Los elementos resistivos del circuito se encuentran conectados tanto en serie como en paralelo, formando un circuito mixto. Debido a esto es necesario hacer una simplificación paso a paso como se muestra a continuación:

Primer paso: los elementos R_3, R_4, R_5 y R_6 se encuentran en serie, por lo que aplicando (5) se obtiene la resistencia equivalente R_{eq1} .

$$R_{eq1} = R_3 + R_4 + R_5 + R_6$$

$$R_{eq1} = 4700 \Omega + 2200 \Omega + 10000 \Omega + 15000 \Omega = 31900 \Omega$$

Segundo paso: los elementos R_9 y R_{10} se encuentran en serie, por lo que aplicando (5) se obtiene la resistencia equivalente R_{eq2} .

$$R_{eq2} = R_9 + R_{10}$$

$$R_{eq2} = 3300 \Omega + 6800 \Omega = 10100 \Omega$$

Tercer paso: los elementos R_{eq1} y R_{eq2} se encuentran en paralelo, por lo que aplicando (10) se obtiene la resistencia equivalente R_{eq3} .

$$R_{eq3} = \frac{1}{\frac{1}{R_{eq1}} + \frac{1}{R_{eq2}}}$$

$$R_{eq3} = \frac{1}{\frac{1}{31900 \Omega} + \frac{1}{10100 \Omega}} = 7671.1905 \Omega$$

Cuarto paso: los elementos R_{eq3} , R_2 y R_7 se encuentran en serie, por lo que aplicando (5) se obtiene la resistencia equivalente R_{eq4} .

$$R_{eq4} = R_{eq3} + R_2 + R_7$$

$$R_{eq4} = 7671.1905 \Omega + 15000 \Omega + 15000 \Omega = 37671.1905 \Omega$$

Quinto paso: los elementos R_{eq4} y R_{11} se encuentran en paralelo, por lo que aplicando (10) se obtiene la resistencia equivalente R_{eq5} .

$$R_{eq5} = \frac{1}{\frac{1}{R_{eq4}} + \frac{1}{R_{11}}}$$

$$R_{eq5} = \frac{1}{\frac{1}{37671.1905 \Omega} + \frac{1}{2200 \Omega}} = 2078.6091 \Omega$$

Sexto paso: los elementos R_{eq5} , R_1 y R_8 se encuentran en serie, por lo que aplicando (5) se obtiene la resistencia equivalente $R_{eq\ final}$.

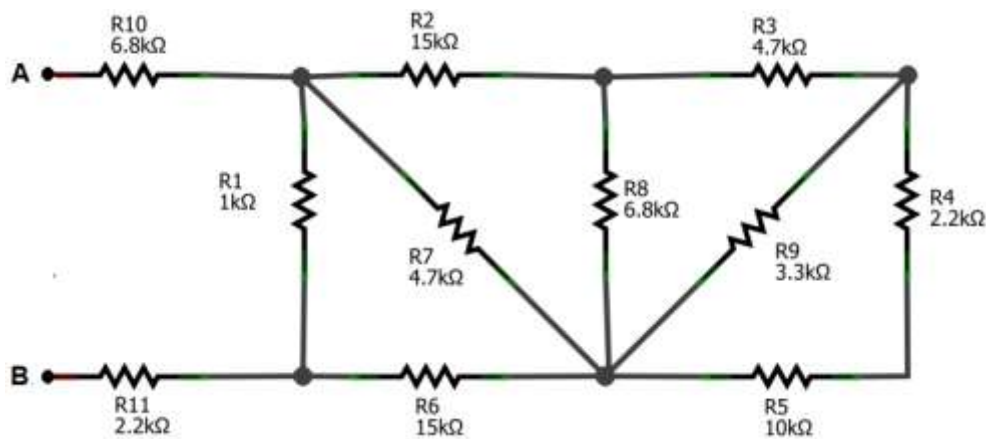
$$R_{eq\ final} = R_{eq5} + R_1 + R_8$$

$$R_{eq\ final} = 2078.6091 \Omega + 1000 \Omega + 3300 \Omega$$

$$R_{eq\ final} = \mathbf{6378.6091 \Omega}$$

Ejemplo 6: Encuentre la resistencia equivalente para el circuito mostrado en la Figura 6.8.

Figura 6.8 Representación del circuito del ejemplo 6.



Solución: Los elementos resistivos del circuito se encuentran conectados tanto en serie como en paralelo, formando un circuito mixto. Debido a esto es necesario hacer una simplificación paso a paso como se muestra a continuación:

Primer paso: los elementos R_4 y R_5 se encuentran en serie, por lo que aplicando (5) se obtiene la resistencia equivalente R_{eq1} .

$$R_{eq1} = R_4 + R_5$$

$$R_{eq1} = 2200 \Omega + 10000 \Omega = 12200 \Omega$$

Segundo paso: los elementos R_{eq1} y R_9 se encuentran en paralelo, por lo que aplicando (10) se obtiene la resistencia equivalente R_{eq2} .

$$R_{eq2} = \frac{1}{\frac{1}{R_{eq1}} + \frac{1}{R_9}}$$

$$R_{eq2} = \frac{1}{\frac{1}{12200\ \Omega} + \frac{1}{3300\ \Omega}} = 2597.4194\ \Omega$$

Tercer paso: los elementos R_{eq2} y R_3 se encuentran en serie, por lo que aplicando (5) se obtiene la resistencia equivalente R_{eq3} .

$$R_{eq3} = R_{eq2} + R_3$$

$$R_{eq3} = 2597.4194\ \Omega + 4700\ \Omega = 7297.4194\ \Omega$$

Cuarto paso: los elementos R_{eq3} y R_8 se encuentran en paralelo, por lo que aplicando (10) se obtiene la resistencia equivalente R_{eq4} .

$$R_{eq4} = \frac{1}{\frac{1}{R_{eq3}} + \frac{1}{R_8}}$$

$$R_{eq4} = \frac{1}{\frac{1}{7297.4194\ \Omega} + \frac{1}{6800\ \Omega}} = 3519.9671\ \Omega$$

Quinto paso: los elementos R_{eq4} y R_2 se encuentran en serie, por lo que aplicando (5) se obtiene la resistencia equivalente R_{eq5} .

$$R_{eq5} = R_{eq4} + R_2$$

$$R_{eq5} = 3519.9671\ \Omega + 15000\ \Omega = 18519.9671\ \Omega$$

Sexto paso: los elementos R_{eq5} y R_7 se encuentran en paralelo, por lo que aplicando (10) se obtiene la resistencia equivalente R_{eq6} .

$$R_{eq6} = \frac{1}{\frac{1}{R_{eq5}} + \frac{1}{R_7}}$$

$$R_{eq6} = \frac{1}{\frac{1}{18519.9671\ \Omega} + \frac{1}{4700\ \Omega}} = 3748.6240\ \Omega$$

Séptimo paso: los elementos R_{eq6} y R_6 se encuentran en serie, por lo que aplicando (5) se obtiene la resistencia equivalente R_{eq7} .

$$R_{eq7} = R_{eq6} + R_6$$

$$R_{eq7} = 3748.6240\ \Omega + 15000\ \Omega = 18748.6240\ \Omega$$

Octavo paso: los elementos R_{eq7} y R_1 se encuentran en paralelo, por lo que aplicando (10) se obtiene la resistencia equivalente R_{eq8} .

$$R_{eq8} = \frac{1}{\frac{1}{R_{eq7}} + \frac{1}{R_1}}$$

$$R_{eq8} = \frac{1}{\frac{1}{18748.6240\ \Omega} + \frac{1}{1000\ \Omega}} = 949.3636\ \Omega$$

Noveno paso: los elementos R_{eq8} , R_{10} y R_{11} se encuentran en serie, por lo que aplicando (5) se obtiene la resistencia equivalente $R_{eq\ final}$.

$$R_{eq\ final} = R_{eq\ 8} + R_{10} + R_{11}$$

$$R_{eq\ final} = 949.3636\ \Omega + 6800\ \Omega + 2200\ \Omega$$

$$R_{eq\ final} = 9949.3636\ \Omega$$

6.2 Leyes de Kirchhoff

En el estudio de circuitos eléctricos existen dos ecuaciones conocidas como primera y segunda Ley de Kirchhoff, basadas respectivamente en dos principios fundamentales de física: la Ley de la conservación de la carga eléctrica y la Ley de la conservación de la energía. Dichas leyes nos permiten resolver completamente los circuitos eléctricos, al poder determinar la corriente y voltaje en cada uno de sus elementos.

La Ley de la conservación de la carga establece que la carga eléctrica no puede ser creada ni destruida, además de que la cantidad de carga tanto positiva como negativa en el universo es una constante. Hasta el momento no existe prueba de que la cantidad de carga haya cambiado, en algún experimento en un sistema cerrado.

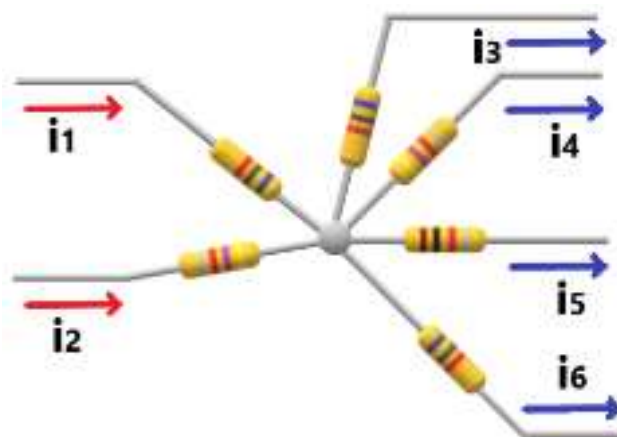
6.2.1 Primera Ley de Kirchhoff

También llamada Ley de corrientes de Kirchhoff (LCK) o Ley de Nodos, se fundamenta en la conservación de la carga eléctrica, estableciendo en un circuito eléctrico que, el total de la carga eléctrica que entra a través de un punto de interconexión de dos o más elementos (nodo), es igual al total de la carga eléctrica que sale. En electricidad la carga y la corriente eléctrica son variables que van de la mano por lo que matemáticamente, la Primera Ley de Kirchhoff se expresa en función de la corriente, de la siguiente forma: la suma de las corrientes eléctricas que entran a través de un nodo es equivalente a la suma de las corrientes que evacuan o salen.

En la Figura 6.9 se observa un nodo con interconexión de 6 resistores, teniendo 2 corrientes eléctricas de entrada y cuatro de salida, las cuales cumplen con la ecuación 11.

$$i_1 + i_2 = i_3 + i_4 + i_5 + i_6 \quad (11)$$

Figura 6.9 Nodo con interconexión de 6 resistores cuyas corrientes siguen la LCK acorde a la ecuación (11).



De forma general la Primera Ley de Kirchhoff (LCK) se expresa como se muestra en la ecuación (12):

$$\sum_{k=1}^n i_k = i_1 + i_2 + i_3 + \dots + i_{n-1} + i_n = 0 \quad (12)$$

En donde las corrientes eléctricas que entran a través de un nodo se consideran positivas y las corrientes eléctricas que salen se consideran negativas.

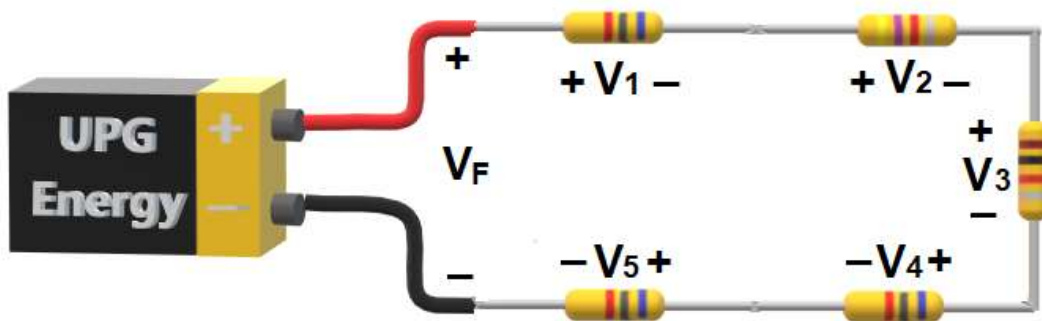
6.2.2 Segunda Ley de Kirchhoff

También llamada Ley de Voltajes de Kirchhoff (LVK) o Ley de Mallas, se fundamenta en la primera Ley de la termodinámica o Ley de la conservación de la energía, estableciendo en un circuito eléctrico que: a lo largo de una trayectoria cerrada (malla), la energía entregada por los elementos activos (fuentes) es igual a la energía disipada por los elementos pasivos (resistores). En electricidad, la energía y el voltaje son variables que van de la mano por lo que matemáticamente, la segunda Ley de Kirchhoff se expresa de la siguiente forma: en una trayectoria cerrada la suma de todas las subidas de voltaje es igual a la suma de todas las caídas de voltaje en los elementos del circuito.

En la Figura 6.10 se observa una fuente de voltaje conectada a 5 resistores en serie. Los voltajes de los elementos cumplen con la ecuación (13), en donde el voltaje de la fuente (subida de tensión) es igual a la suma de los voltajes de los resistores (caída de tensión).

$$V_F = V_1 + V_2 + V_3 + V_4 + V_5 \quad (13)$$

Figura 6.10 Malla conformada por una fuente de voltaje y 5 resistores cuyos voltajes siguen la LVK acorde a la ecuación (13)



De forma general la Segunda Ley de Kirchhoff (LVK) se expresa como:

$$\sum_{k=1}^n V_k = V_1 + V_2 + V_3 + \dots + V_{n-1} + V_n = 0 \quad (14)$$

En donde se consideran voltajes positivos a las subidas de tensión y negativos a las caídas de tensión.

La resolución de circuitos eléctricos consiste en encontrar el voltaje y la corriente existente en cada uno de los elementos que lo componen.

Existen dos métodos básicos para la resolución de circuitos eléctricos, los cuales se basan en la Primera y Segunda Ley de Kirchhoff:

- Método de corriente de malla
- Método de voltajes de nodo

Dichos métodos se estudian en las siguientes secciones.

6.2.2.1 Análisis de circuitos por el método de corrientes de malla

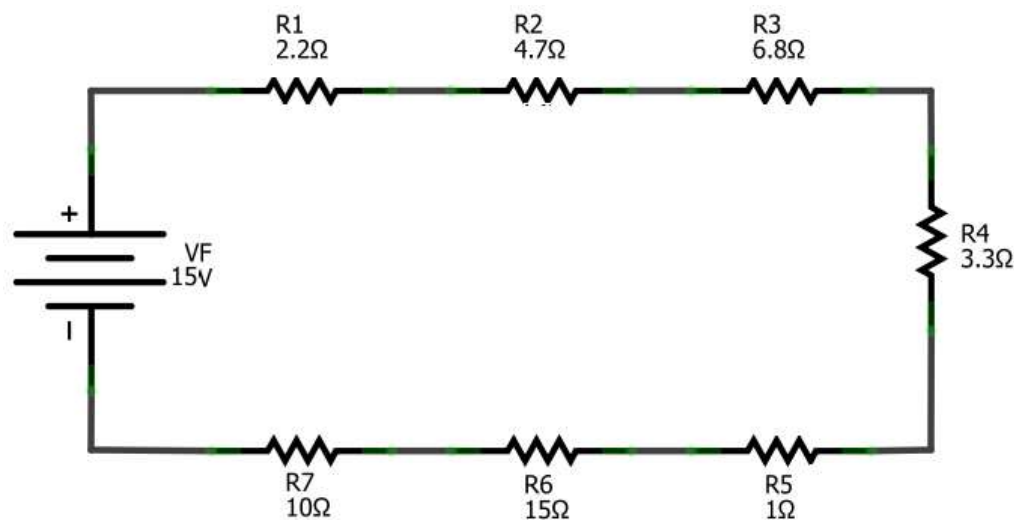
En método de corrientes de malla, consiste en la aplicación de la Segunda Ley de Kirchhoff (LVK) en cada una de las trayectorias cerradas del circuito (mallas) para su completa solución. Se siguen los siguientes pasos:

1. Identificar las mallas con que cuenta el circuito.
2. Asignar una corriente imaginaria para cada una de las mallas, la cual se puede considerar en sentido de las agujas del reloj o en sentido contrario de manera indiferente.

3. Aplicar la Ley de Voltajes de Kirchoff (LVK) para cada una de las mallas para lo cual debemos considerar lo siguiente
4. Se deben identificar los voltaje y polaridad de cada uno de los elementos de la malla conocidos o desconocidos.
5. Si la corriente imaginaria entra por la terminal positiva del elemento, el voltaje de dicho elemento se considera positivo, si entra por la terminal negativa se considera negativo.
6. Los voltajes de los resistores se consideran siempre positivos sea cual sea la dirección de la corriente imaginaria ya que La corriente en un resistor siempre entrará por el electrodo positivo y saldrá por el negativo de acuerdo con la convención pasiva.
7. El voltaje de las fuentes de voltaje se considera positivo si la corriente imaginaria ingresa por la terminal positiva, y negativo si ingresa por la terminal negativa.
8. Los voltajes de los resistores se pondrán en función de la corriente eléctrica aplicando la Ley de Ohm.
9. Se obtendrá una ecuación por cada malla aplicando LVK, obteniendo un sistema de N ecuaciones lineales con N incógnitas. N corresponde al número de mallas y también al número de corrientes imaginarias por conocer.

Ejemplo 7: Encuentre el valor de la corriente y el voltaje para cada uno de los resistores del circuito mostrado en la Figura 6.11 usando el método de corriente de malla.

Figura 6.11 Representación del circuito del ejemplo 7.

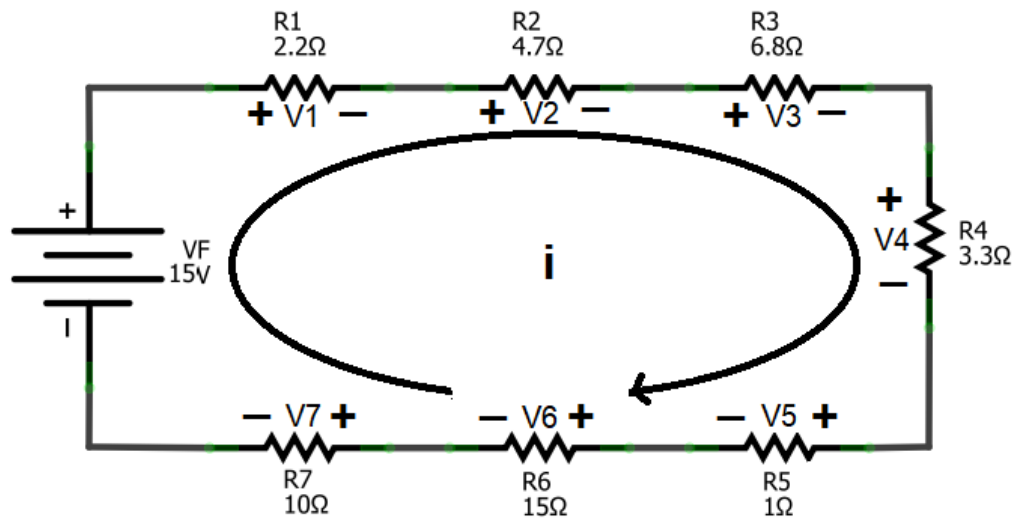


Aplicando los pasos mencionados anteriormente, para la resolución de circuitos eléctricos resistivos, por el método de corriente de malla tenemos que:

1. Se observa un circuito de una sola malla a la que se le asigna la corriente imaginaria i en el sentido de las agujas del reloj.
2. Se le asignan los voltajes y sus polaridades a cada uno de los resistores como se muestra en la Figura 6.12.
3. Se aplica la Ley de Voltajes de Kirchoff.

$$V_1 + V_2 + V_3 + V_4 + V_5 + V_6 + V_7 - 15 = 0$$

Figura 6.12 Diagrama empleado en el desarrollo del problema 7.



4. Expresar los voltajes de los resistores en función de la corriente imaginaria i y la resistencia, mediante la Ley de Ohm.

$$iR_1 + iR_2 + iR_3 + iR_4 + iR_5 + iR_6 + iR_7 - 15 = 0$$

$$2.2i + 4.7i + 6.8i + 3.3i + i + 15i + 10i - 15 = 0$$

5. Resolver la ecuación lineal para el valor de i .

$$43i = 15$$

$$i = 0.348 \text{ A}$$

La corriente es la misma para para cada uno de los resistores por lo tanto tenemos que:

$$i = i_1 = i_2 = i_3 = i_4 = i_5 = i_6 = i_7 = 0.348 \text{ A}$$

El voltaje para cada resistor se obtiene mediante la Ley de Ohm como se muestra a continuación:

$$V_1 = iR_1 = (0.348 \text{ A})(2.2 \Omega) = 0.766 \text{ V}$$

$$V_2 = iR_2 = (0.348 \text{ A})(4.7 \Omega) = 1.636 \text{ V}$$

$$V_3 = iR_3 = (0.348 \text{ A})(6.8 \Omega) = 2.367 \text{ V}$$

$$V_4 = iR_4 = (0.348 \text{ A})(3.3 \Omega) = 1.148 \text{ V}$$

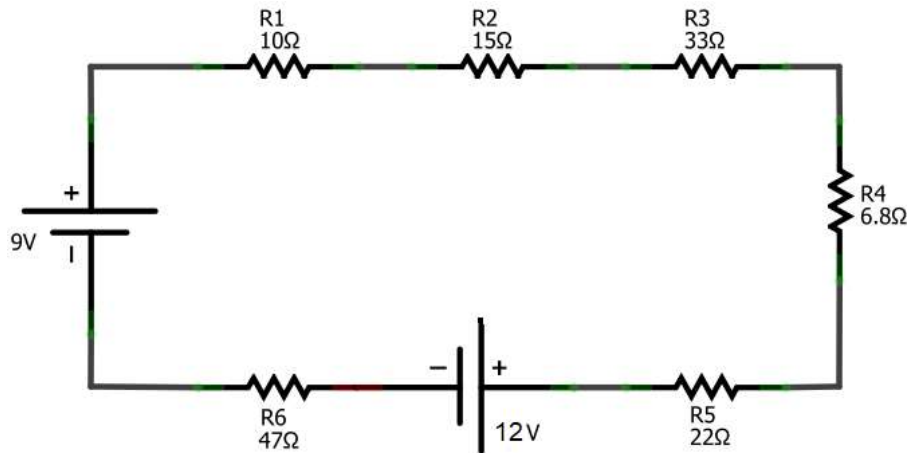
$$V_5 = iR_5 = (0.348 \text{ A})(1.0 \Omega) = 0.348 \text{ V}$$

$$V_6 = iR_6 = (0.348 \text{ A})(15 \Omega) = 5.22 \text{ V}$$

$$V_7 = iR_7 = (0.348 \text{ A})(10 \Omega) = 3.480 \text{ V}$$

Ejemplo 8: Encuentre el valor de la corriente y el voltaje para cada uno de los resistores del circuito mostrado en la Figura 6.13 usando el método de corriente de malla.

Figura 6.13 Representación del ejemplo 8.



1. Se observa un circuito de una sola malla a la que se le asigna la corriente imaginaria i en el sentido contrario a las agujas del reloj.
2. Se le asignan los voltajes y sus polaridades a cada uno de los resistores como se muestra en la figura 6.
3. Se aplica la Ley de Voltajes de Kirchhoff.

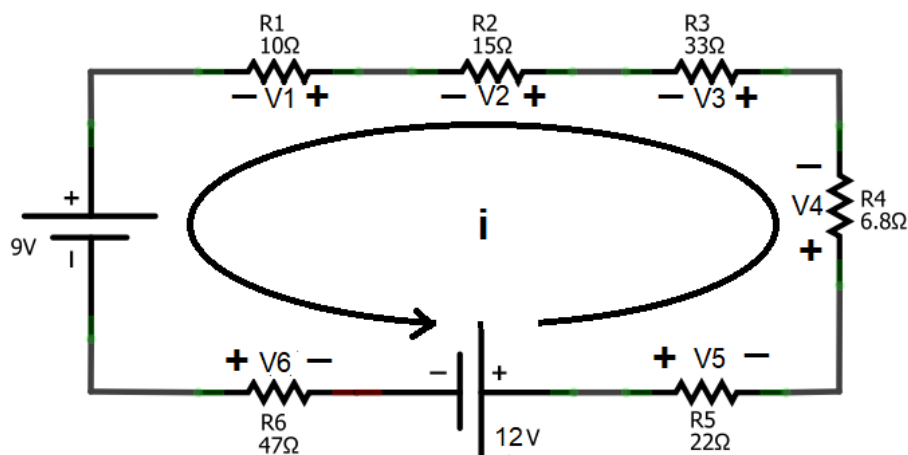
$$V_5 + V_4 + V_3 + V_2 + V_1 + 9 + V_6 - 12 = 0$$

4. Expresar los voltajes de los resistores en función de la corriente imaginaria i y la resistencia, mediante la Ley de Ohm (Figura 6.14).

$$iR_5 + iR_4 + iR_3 + iR_2 + iR_1 + 9 + iR_6 - 12 = 0$$

$$22i + 6.8i + 33i + 15i + 10i + 9 + 47i - 12 = 0$$

Figura 6.14 Desarrollo del ejercicio 8



5. Resolver la ecuación lineal para el valor de i .

$$133.8i = 3$$

$$i = 0.0224 \text{ A}$$

La corriente es la misma para para cada uno de los resistores por lo tanto tenemos que:

$$i = i_1 = i_2 = i_3 = i_4 = i_5 = i_6 = i_7 = 0.0224 \text{ A}$$

El voltaje para cada resistor se obtiene mediante la Ley de Ohm como se muestra a continuación:

$$V_1 = iR_1 = (0.0224 \text{ A})(10 \Omega) = 0.224 \text{ V}$$

$$V_2 = iR_2 = (0.0224 \text{ A})(15 \Omega) = 0.336 \text{ V}$$

$$V_3 = iR_3 = (0.0224 \text{ A})(33 \Omega) = 0.739 \text{ V}$$

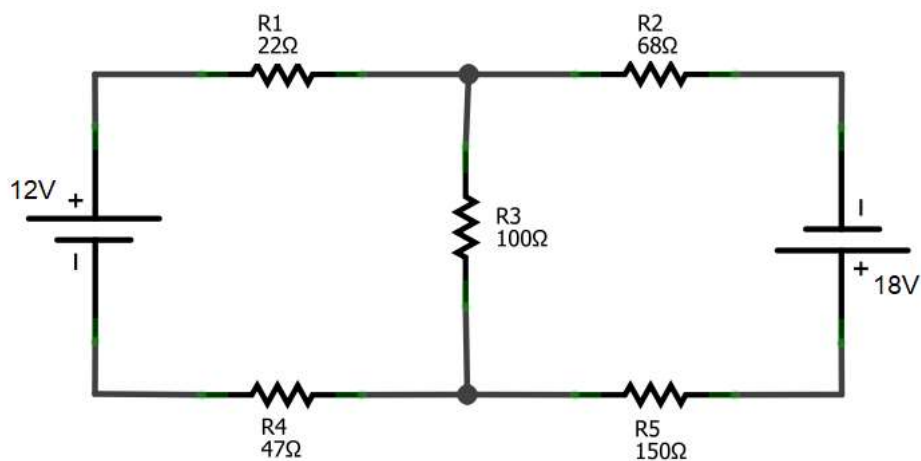
$$V_4 = iR_4 = (0.0224 \text{ A})(6.8 \Omega) = 0.152 \text{ V}$$

$$V_5 = iR_5 = (0.0224 \text{ A})(22 \Omega) = 0.493 \text{ V}$$

$$V_6 = iR_6 = (0.0224 \text{ A})(47 \Omega) = 1.053 \text{ V}$$

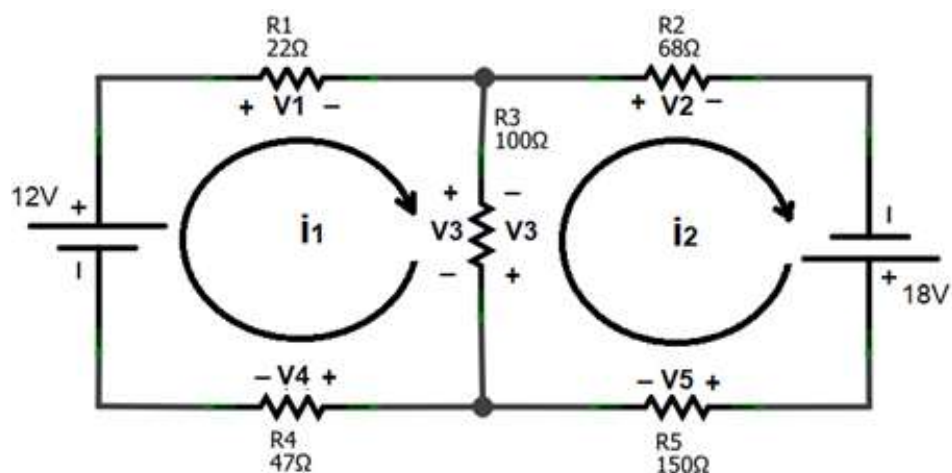
Ejemplo 9: Encuentre el valor de la corriente y el voltaje para los resistores R1, R2 y R3 del circuito mostrado en la Figura 6.15, usando el método de corriente de malla.

Figura 6.15 Representación del ejemplo 9.



1. Se observa un circuito con dos mallas a las que se les asigna las corrientes imaginarias i_1 e i_2 en el sentido de las agujas del reloj.
2. Para cada malla existente, se le asignan los voltajes y sus polaridades a cada uno de los resistores.
3. Se aplica la Ley de Voltajes de Kirchhoff (Figura 6.16).

Figura 6.16 Desarrollo del ejemplo 9.



Para la malla 1 tenemos que:

$$V_1 + V_3 + V_4 - 12 = 0$$

Aplicando la Ley de Ohm:

$$i_1 R_1 + (i_1 - i_2) R_3 + i_1 R_4 - 12 = 0$$

$$22i_1 + 100(i_1 - i_2) + 47i_1 - 12 = 0$$

$$169i_1 - 100i_2 = 12 \text{ --- --- --- --- --- } I$$

Para la malla 2 tenemos que:

$$V_5 + V_3 + V_2 - 18 = 0$$

Aplicando la Ley de Ohm:

$$i_2 R_5 + (i_2 - i_1) R_3 + i_2 R_2 - 18 = 0$$

$$150i_2 + 100(i_2 - i_1) + 68i_2 - 18 = 0$$

$$-100i_1 + 318i_2 = 18 \text{ --- --- --- --- --- } -II$$

Las ecuaciones *I* y *II* forman un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas, el cual se resuelve por el método de su agrado (suma y resta, sustitución, Kramer o Gauss-Jordan) con el objetivo de conocer los valores de las corrientes i_1 e i_2 . El resultado es el siguiente:

$$i_1 = 0.128 \text{ A}$$

$$i_2 = 0.0969 \text{ A}$$

Las corrientes y voltajes en R_1 , R_2 y R_3 se calculan de la siguiente forma:

Para R_1 :

$$i_1 = 0.0970 \text{ A} \quad V_1 = (0.0970 \text{ A})(22 \Omega) = 2.134 \text{ V}$$

Para R_2 :

$$i_2 = 0.128 \text{ A} \quad V_2 = (0.128 \text{ A})(68 \Omega) = 8.704 \text{ V}$$

Para R_3 :

$$i_3 = i_2 - i_1 = 0.128 \text{ A} - 0.0970 \text{ A} = 0.031 \text{ A} \quad V_3 = (0.031 \text{ A})(100 \Omega) = 3.1 \text{ V}$$

Nota: si alguna corriente obtenida es negativa quiere decir que la corriente real va en sentido contrario.

6.2.2.2 Análisis de circuitos por el método de tensiones de nodo

En método de voltajes de nodo, consiste en la aplicación de la Primera Ley de Kirchhoff (LCK) en cada una de los nodos principales del circuito para su completa solución.

Se siguen los siguientes pasos:

1. Identificar los nodos con que cuenta el circuito.
2. Asignar el nodo a tierra o nodo de referencia.
3. Asignar las corrientes que entran y salen de los nodos principales. Las corrientes pueden asignarse de forma arbitraria para cada nodo principal, aunque deben respetarse las direcciones establecidas, cuando las corrientes se comparten entre nodos principales.
4. Asignar los voltajes para cada uno de los nodos con respecto al nodo de referencia y en caso de no conocerse asignar la respectiva variable.

5. Aplicar la Ley de Corrientes de Kirchhoff (LCK) para cada uno de los nodos principales.
6. Un nodo principal es aquel que tiene tres o más conexiones con elementos eléctricos.
7. Resolver el sistema de ecuaciones lineales resultante.

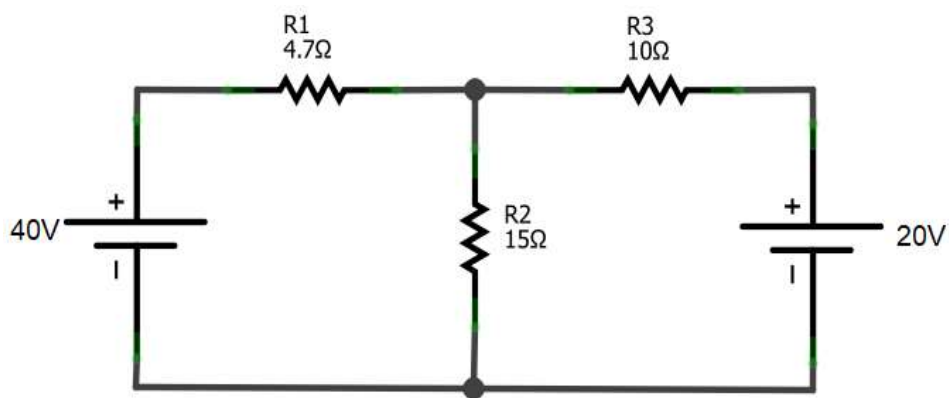
Nota: Si se tienen fuentes de voltaje se pueden tener dos casos:

- a) La fuente de voltaje conecta al nodo con el nodo a tierra.
- b) La fuente de voltaje se encuentra localizada entre dos nodos.

Para el caso a) el voltaje del nodo corresponde al voltaje de la fuente. Para el caso b) los dos nodos se fusionan en uno solo, creando un super nodo, al cual se le aplica LCK.

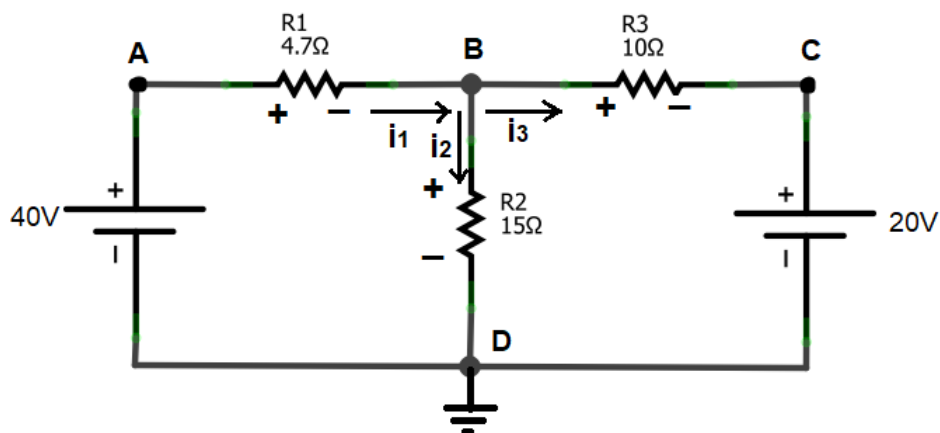
Ejemplo 10: Encuentre el valor de la corriente para cada uno de los resistores del circuito mostrado en la Figura 6.17, usando el método de voltaje de nodo.

Figura 6.17 Diagrama del ejemplo 10.



1. Se observa un circuito con 4 nodos: B y D como nodos principales y A y C como secundarios.
2. Se asigna el nodo D como nodo a tierra o de referencia.
3. Asignar las corrientes que entran y salen del nodo principal B como se muestra en la Figura 6.18. Las corrientes se asignan de forma arbitraria.

Figura 6.18 Desarrollo del ejemplo 10.



4. Se asignan los voltajes de los nodos con respecto al nodo de referencia:

$$V_A = 40 \text{ V}$$

$$V_B = ?$$

$$V_C = 20$$

5. Aplicar la Ley de Corrientes de Kirchhoff para el nodo principal B, considerando que las corrientes que ingresan se consideran positivas y las que salen negativas:

$$i_1 - i_2 - i_3 = 0$$

Aplicando la Ley de Ohm tenemos que:

$$\frac{V_A - V_B}{4.7} - \frac{V_B}{15} - \frac{V_B - V_C}{10} = 0$$

$$\frac{40 - V_B}{4.7} - \frac{V_B}{15} - \frac{V_B - 20}{10} = 0$$

$$8.511 - \frac{1}{4.7}V_B - \frac{1}{15}V_B - \frac{1}{10}V_B + \frac{20}{10} = 0$$

$$-0.379 V_B = -10.511$$

Por tanto, se obtiene:

$$V_B = 27.7335 V$$

Una vez que conocemos el voltaje de todos los nodos podemos calcular las corrientes i_1 , i_2 e i_3 :

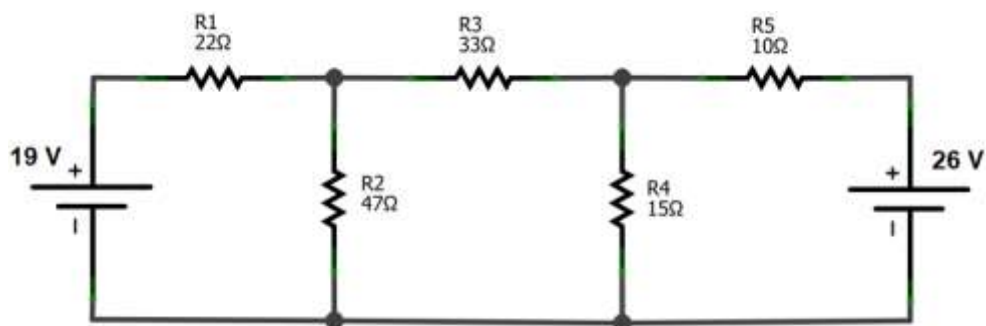
$$i_1 = \frac{V_A - V_B}{4.7} = \frac{40 - 27.733}{4.7} = 2.61 A$$

$$i_2 = \frac{V_B}{15} = \frac{27.733}{15} = 1.8489 A$$

$$i_3 = \frac{V_B - V_C}{10} = \frac{27.733 - 20}{10} = 0.7733 A$$

Ejemplo 11: Encuentre el valor de la corriente para los resistores R_1 , R_4 y R_5 del circuito mostrado en la figura 6.19, usando el método de voltaje de nodo.

Figura 6.19 Diagrama del ejemplo 11



1. Se observa un circuito con 5 nodos: B y C como nodos principales, además de A y D como secundarios (Figura 6.20).
2. Se asigna el nodo E como nodo a tierra o de referencia.
3. Asignar las corrientes que entran y salen de los nodos principales B y C como se muestra en la Figura 7.20. Las corrientes se asignan de forma arbitraria.
4. Se asignan los voltajes de los nodos con respecto al nodo de referencia:

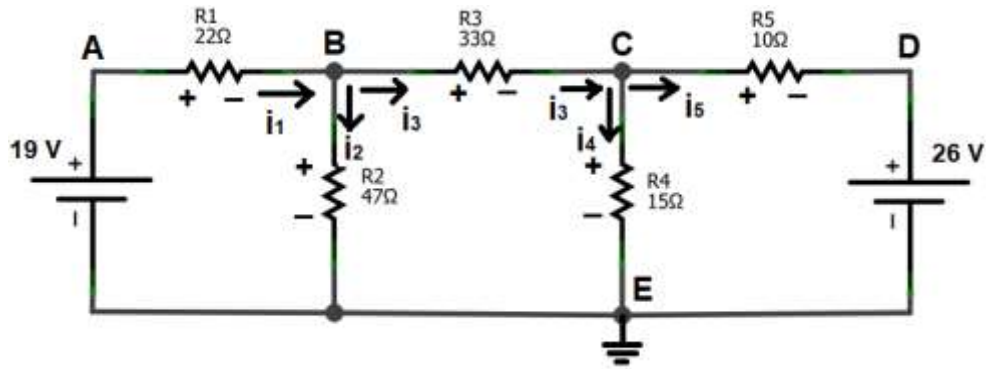
$$V_A = 19 V$$

$$V_B = ?$$

$$V_C = ?$$

$$V_D = 26 V$$

Figura 6.20 Desarrollo del ejemplo 7.20.



5. Aplicar la Ley de Corrientes de Kirchhoff para el nodo principal B y C, considerando que las corrientes que ingresan se consideran positivas y las que salen negativas:

Para el nodo B:

$$i_1 - i_2 - i_3 = 0$$

Aplicando la Ley de Ohm tenemos que:

$$\frac{V_A - V_B}{22} - \frac{V_B}{47} - \frac{V_B - V_C}{33} = 0$$

$$\frac{19 - V_B}{22} - \frac{V_B}{47} - \frac{V_B - V_C}{33} = 0$$

$$\frac{19}{22} - \frac{1}{22}V_B - \frac{1}{47}V_B - \frac{1}{33}V_B + \frac{1}{33}V_C = 0$$

$$-0.0970 V_B + \frac{1}{33} V_C = -\frac{19}{22} \text{-----} I$$

Para el nodo C:

$$i_3 - i_4 - i_5 = 0$$

Aplicando la Ley de Ohm tenemos que:

$$\frac{V_B - V_C}{33} - \frac{V_C}{15} - \frac{V_C - V_D}{10} = 0$$

$$\frac{V_B - V_C}{33} - \frac{V_C}{15} - \frac{V_C - 26}{10} = 0$$

$$\frac{1}{33}V_B - \frac{1}{33}V_C - \frac{1}{15}V_C - \frac{1}{10}V_C + \frac{26}{10} = 0$$

$$\frac{1}{33}V_B - 0.1969 V_C = -\frac{26}{10} \text{-----} -II$$

6. Resolver el sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas:

$$-0.0970 V_B + \frac{1}{33} V_C = -\frac{19}{22}$$

$$\frac{1}{33}V_B - 0.1969 V_C = -\frac{26}{10}$$

Con ello, el resultado obtenido es:

$$V_B = 13.6857 \text{ V}$$

$$V_C = 15.3107 \text{ V}$$

Una vez que conocemos el voltaje de todos los nodos podemos calcular las corrientes i_1 , i_4 e i_5 :

$$i_1 = \frac{V_A - V_B}{22} = \frac{19 - 13.6857}{22} = 0.24155 \text{ A}$$

$$i_4 = \frac{V_C}{15} = \frac{15.3107}{15} = 1.0207 \text{ A}$$

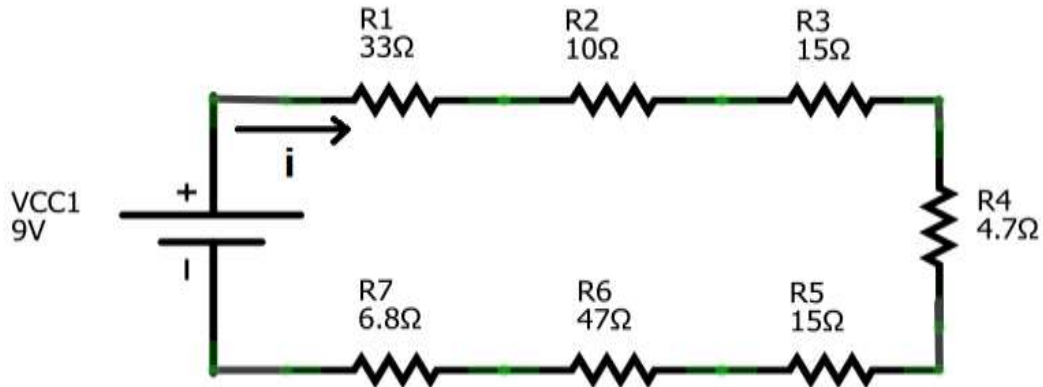
$$i_5 = \frac{V_C - V_D}{10} = \frac{15.3107 - 26}{10} = -1.068 \text{ A}$$

Evalúe lo aprendido...

Instrucciones: Resuelva los problemas que se plantean a continuación:

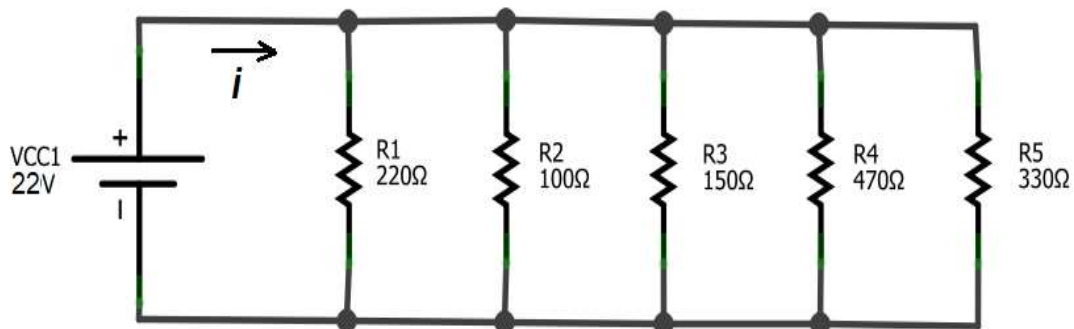
1. Calcule la resistencia equivalente R_{eq} , la corriente i y el voltaje $V_1, V_2, V_3, V_4, V_5, V_6$ y V_7 en cada uno de los resistores, para el circuito de la Figura 1.

Figura 1 Bosquejo del problema 1



2. Calcule la resistencia equivalente R_{eq} , la corriente $i, i_1, i_2, i_3, i_4, i_5, i_6$ e i_7 en cada uno de los resistores, para el circuito de la Figura 2.

Figura 2 Bosquejo del problema 2.



3. Calcule la resistencia equivalente entre los puntos A y B, para el circuito de la Figura 3.

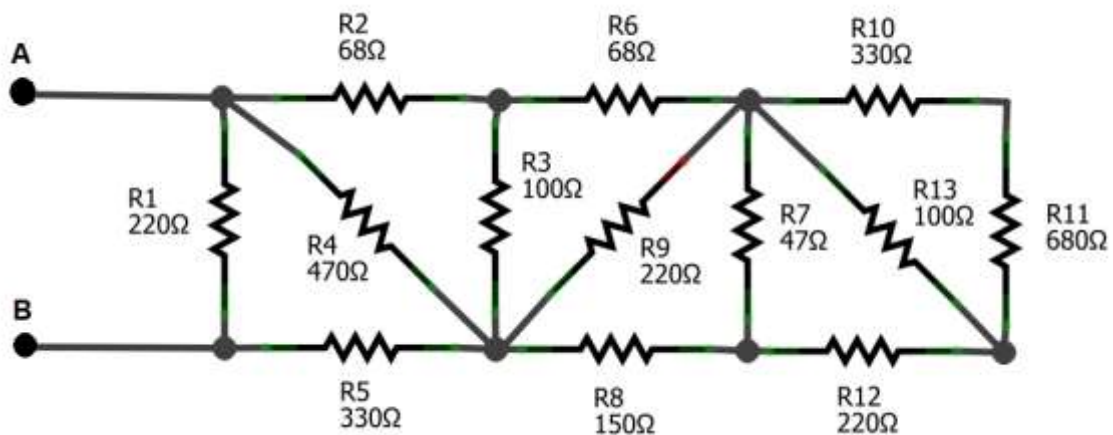
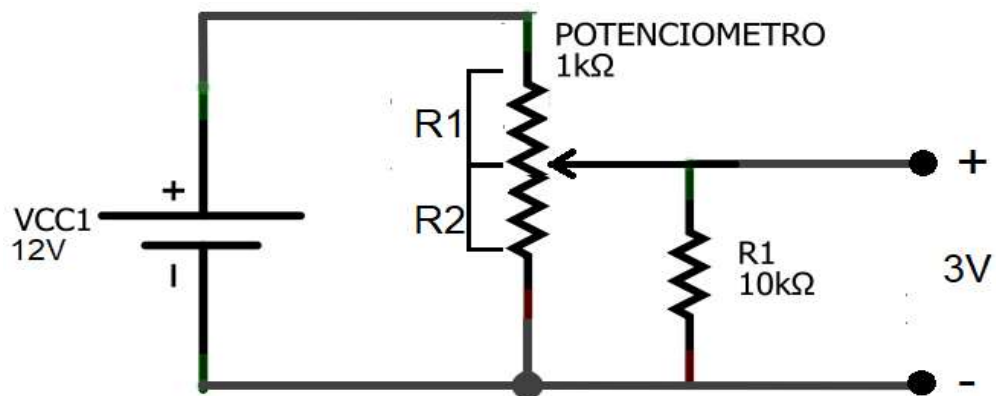


Figura 3. Bosquejo del problema 3.

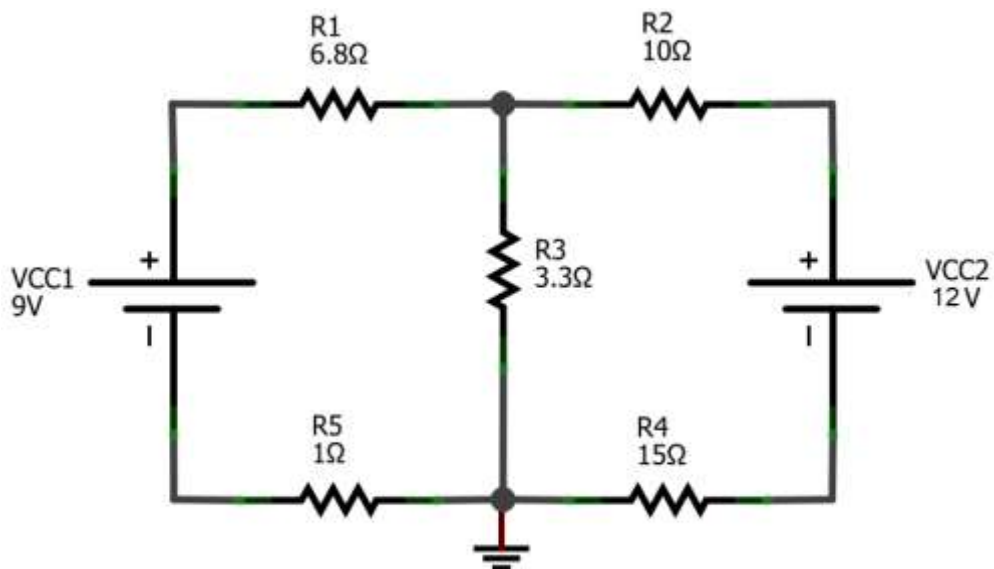
4. Un potenciómetro de $1\text{ k}\Omega$ conectado a una fuente de voltaje de 12 V , al que se le ha colocado una carga de $10\text{ k}\Omega$ se muestra en la Figura 4. ¿Qué valores deben tener R_1 y R_2 para que la carga tenga un voltaje de 3 V ?

Figura 4 Bosquejo del problema 4.



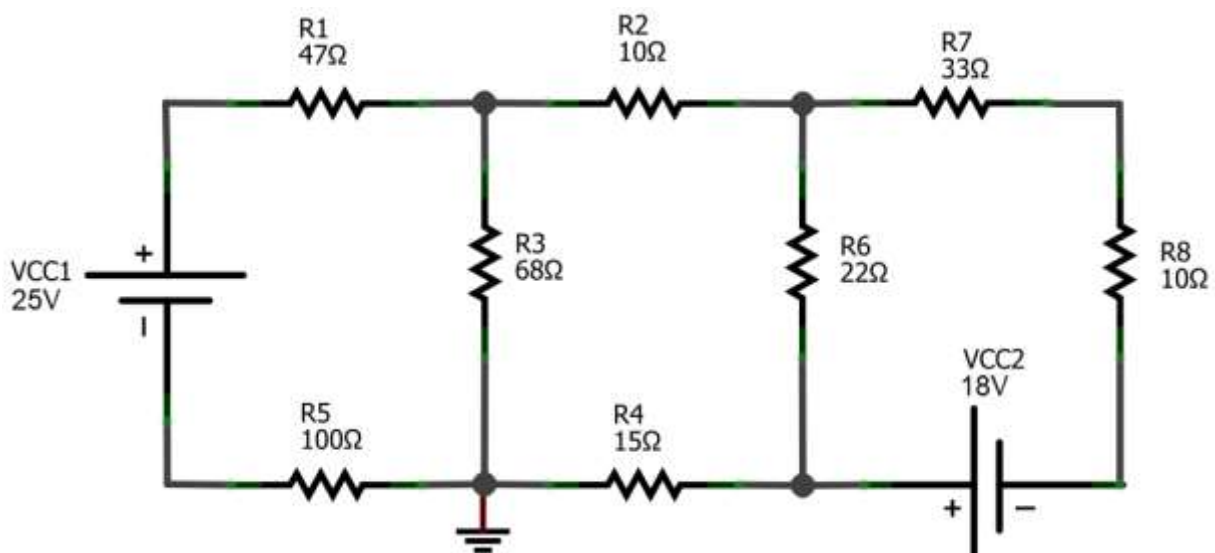
5. Resuelva el circuito de la Figura 5 mediante análisis de mallas.

Figura 5. Bosquejo del problema 5.



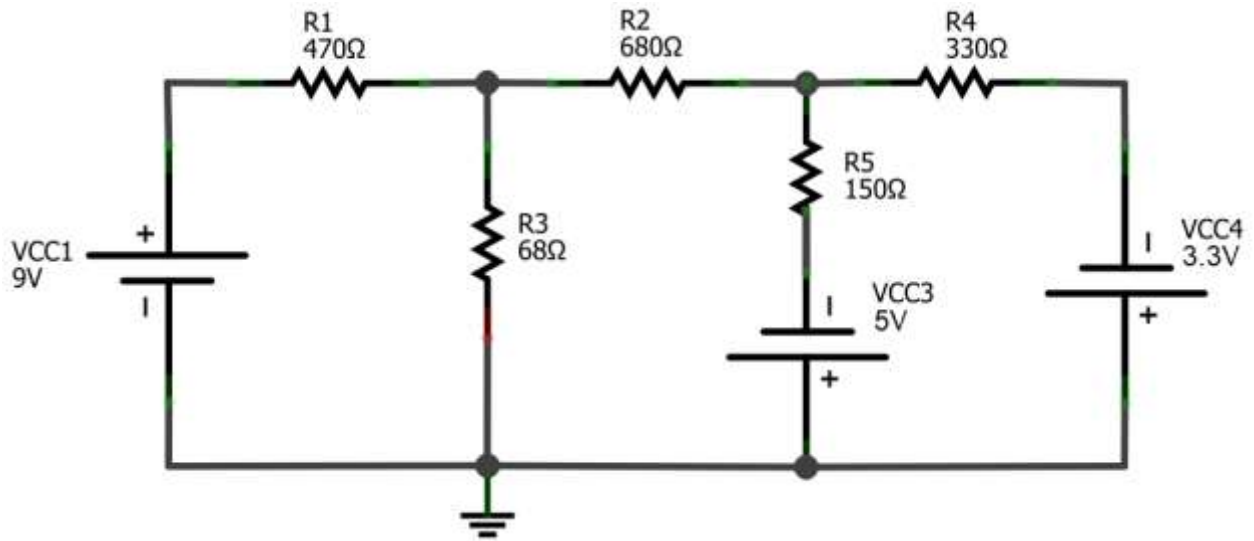
6. Resuelva el circuito de la Figura 6 mediante análisis de mallas.

Figura 6 Bosquejo del problema 6



7. Resuelva el circuito de la Figura 7 mediante análisis de nodos.

Figura 7 Bosquejo del problema 7



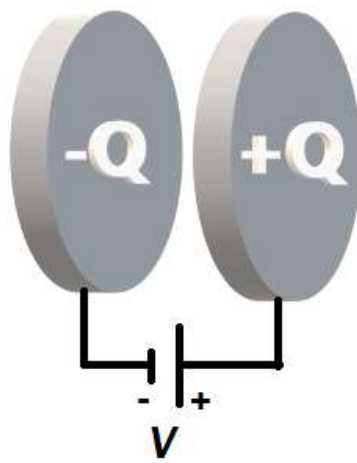
Capítulo 7 Capacitancia

Objetivos:

- El estudiante identificará el concepto de capacitancia, sus características y aprenderá a determinarla.
- Identificará diferentes configuraciones de arreglos de capacitores.

El capacitor es un componente eléctrico cuya función es el almacenamiento de energía por medio del campo eléctrico. Su configuración general es de dos placas conductoras separadas, a la que se les aplica un voltaje V y que adquieren una carga Q , igual para cada una de las placas, pero con signo contrario. La configuración general de un capacitor se muestra en la Figura 7.1.

Figura 7.1 Configuración general del capacitor



La variable Q representa la carga almacenada por el capacitor y V el voltaje aplicado a este. La carga es proporcional al voltaje aplicado lo que se representa por la ecuación (1).

$$Q \propto V \quad (1)$$

Para completar la ecuación se tiene que agregar una constante de proporcionalidad C denominada capacitancia, con unidades de Faradio (F). Un Faradio corresponde a un Coulomb/Volt.

$$Q = C \cdot V \quad (2)$$

La capacitancia es una variable que indica la cantidad de carga que puede almacenar un capacitor por unidad de voltaje. Entre mayor sea la capacitancia, mayor es la cantidad de carga que se almacena por unidad de voltaje.

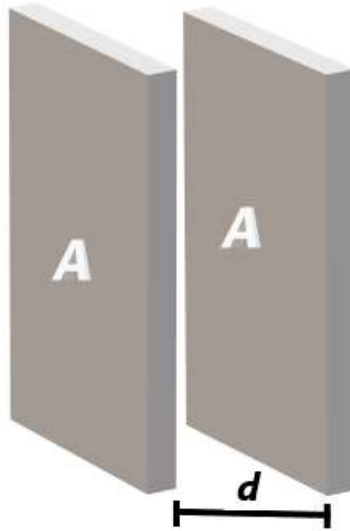
Nota: El capacitor es el elemento eléctrico más peligroso y debe tratarse con cuidado, debido a que la carga almacenada puede liberarse de manera instantánea en el cuerpo humano, causando serias heridas o la muerte.

7.1 Cálculo de capacitancia de diferentes configuraciones

Existen tres configuraciones básicas en que se diseñan los capacitores:

- Capacitor de placas paralelas

Es la configuración más común para un capacitor corresponde a la de placas paralelas, consistiendo en dos placas paralelas iguales de material conductor con un área A y separadas una distancia d . La Figura 7.2 muestra un capacitor de placas paralelas.

Figura 7.2 Capacitor de placas paralelas

La capacitancia para el caso del capacitor de placas paralelas se calcula con la siguiente ecuación;

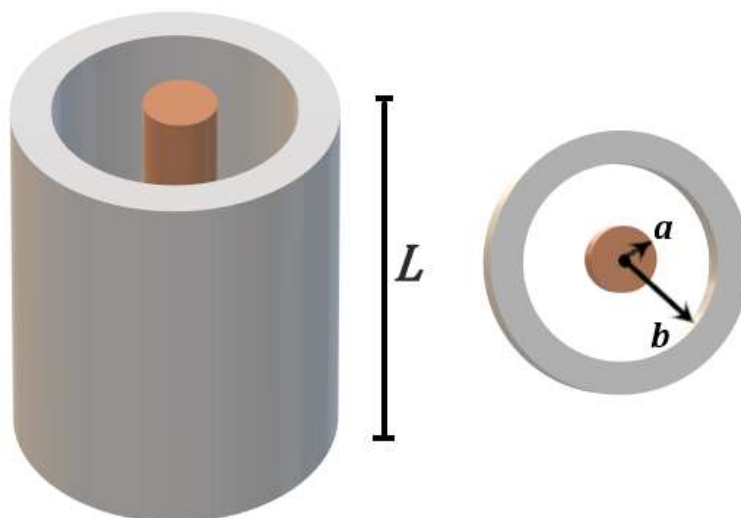
$$C = \epsilon_0 \frac{A}{d} \quad (3)$$

Donde ϵ_0 se conoce como constante de permitividad en el vacío y tiene un valor de:

$$\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \text{ F/m}$$

b) Capacitor cilíndrico

Otra configuración muy usada para un capacitor corresponde a la cilíndrica, consistiendo en dos cilindros concéntricos de material conductor, con la misma altura L y radios $r = a$ y $r = b$. El ancho del material conductor se considera despreciable. La Figura 7.3 muestra un capacitor cilíndrico:

Figura 7.3 Capacitor cilíndrico

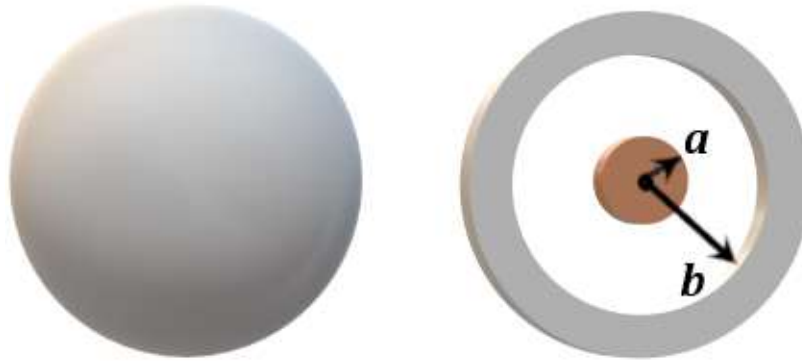
La capacitancia para el caso del capacitor cilíndrico se calcula con la siguiente ecuación;

$$C = \frac{2\pi\epsilon_0 L}{\ln(b/a)} \quad (3)$$

c) Capacitor esférico

Otra configuración muy usada para un capacitor corresponde a la esférica, consistiendo en dos esferas huecas concéntricas de material conductor, de radios $r = a$ y $r = b$. El grosor del material conductor se considera despreciable. La Figura 7.4 muestra un capacitor esférico.

Figura 7.4 Capacitor esférico y vista de corte central



La capacitancia para el caso del capacitor esférico se calcula con la ecuación (4):

$$C = 4\pi\epsilon_0 \frac{a \cdot b}{b-a} \quad (4)$$

7.2 Arreglos serie-paralelo de capacitores

Al igual que en el caso de los resistores, los capacitores se pueden conectar en serie o paralelo. Todos esos capacitores en conexión se pueden sustituir por un solo capacitor denominado Capacitor equivalente.

a) Capacitores en paralelo

Los capacitores conectados en paralelo tienen las siguientes características:

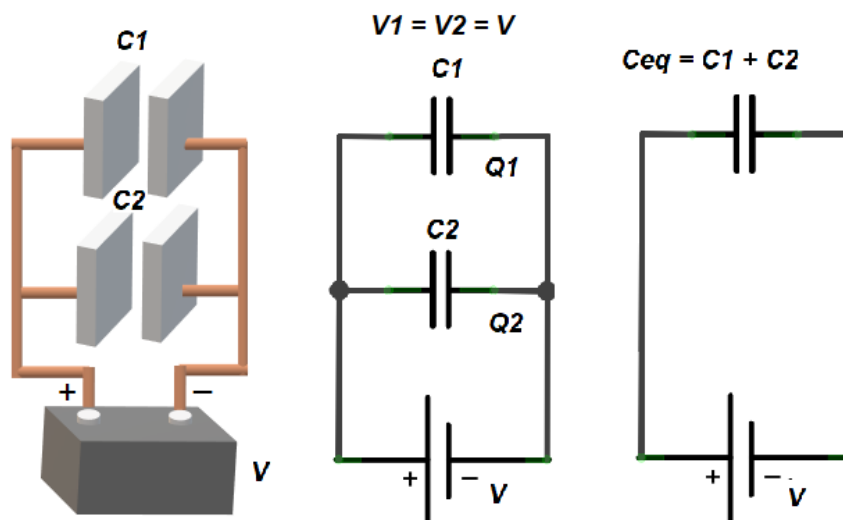
- Voltaje es común para todos los elementos.
- La carga total es igual a la suma de las cargas en todos los capacitores.

La ecuación (5) que describe la capacitancia equivalente para capacitores en paralelo se muestra a continuación:

$$C_{eq} = C_1 + C_2 + C_3 + \dots + C_{n-1} + C_n \quad (5)$$

Se observa que la capacitancia equivalente para capacitores en paralelo es la suma de las capacitancias de cada uno de los elementos. En la Figura 7.5 se observa la conexión de capacitores en paralelo.

Figura 7.5 Capacitores en paralelo



b) Capacitores en serie

Los capacitores conectados en serie tienen las siguientes características:

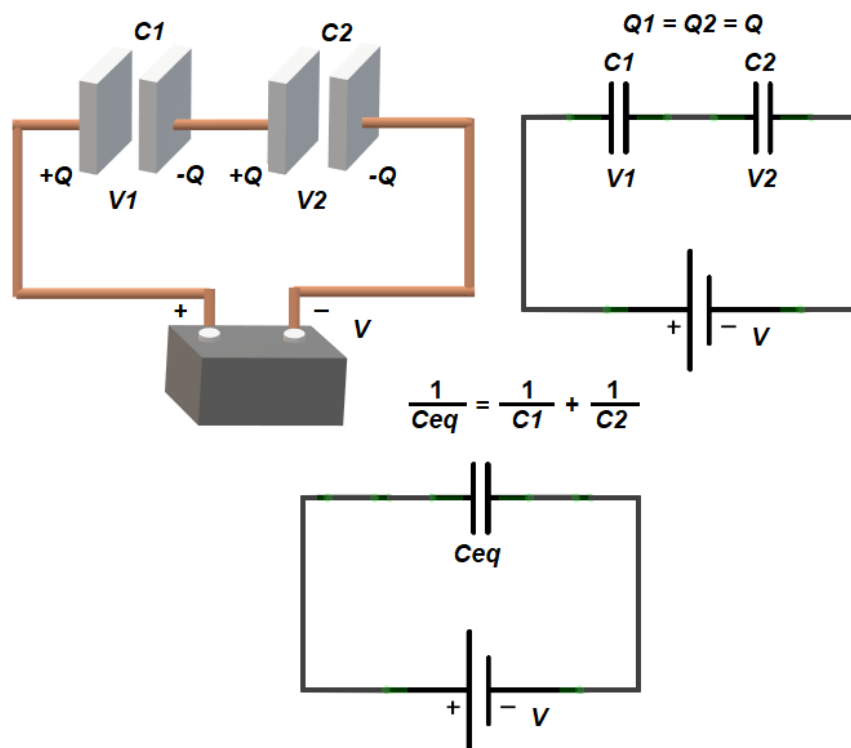
- La carga es común (igual) para todos los elementos.
- El voltaje total es igual a la suma de los voltajes en todos los capacitores.

La ecuación que describe la capacitancia equivalente para capacitores en serie se muestra a continuación:

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \dots + \frac{1}{C_{n-1}} + \frac{1}{C_n} \quad (6)$$

Se observa que el inverso de la capacitancia equivalente para capacitores en serie es la suma del inverso de las capacitancias de cada uno de los elementos. En la figura 7.6 se observa la conexión de capacitores en serie.

Figura 7.6 Capacitores en serie



7.3 Energía almacenada en un capacitor

Si un capacitor se conecta a una fuente de voltaje, esta obliga a los electrones a moverse de la placa conectada al electrodo negativo, al positivo. Hasta que el capacitor y la fuente se igualen al mismo voltaje. La energía utilizada para mover los electrones no se pierde, por el contrario, se queda almacenada en el capacitor como energía potencial y en cuanto las terminales de este se conectan a un resistor u otro elemento, la energía almacenada es entregada al elemento pasivo.

La energía potencial almacenada en un capacitor se calcula de la siguiente manera:

$$U = qV$$

Pasando a la forma diferencial:

$$dU = Vdq$$

Sustituyendo V con la ecuación (2):

$$dU = \frac{q}{c} dq$$

La energía almacenada al cargar el capacitor de 0 a Q :

$$U = \int_0^Q \frac{q}{c} dq = \frac{1}{c} \int_0^Q q dq = \frac{Q^2}{2c} \quad (7)$$

Sustituyendo la ecuación (2) en (7), tenemos tres posibilidades para el cálculo de la energía:

$$U = \frac{Q^2}{2c} = \frac{1}{2} Q V = \frac{1}{2} C V^2 \quad (8)$$

7.4 Capacitores con dieléctrico

Hasta el momento se ha calculado la capacitancia, considerando que el espacio entre las placas es el vacío. Si en este espacio se coloca un material aislante (dieléctrico), la capacitancia aumenta de forma proporcional a la constante dieléctrica del material. Si κ es la constante dieléctrica, de un material, la capacitancia en el vacío C_0 aumenta de acuerdo a la siguiente ecuación (9):

$$C = \kappa \cdot C_0 \quad (9)$$

En la Figura 7.7 se observa un capacitor sin dieléctrico y con dieléctrico. El dieléctrico permite al capacitor almacenar más carga eléctrica con el mismo voltaje lo que en términos técnicos significa un aumento de la capacitancia en un factor κ . En la imagen se visualiza que el voltaje del capacitor disminuye si portando una carga Q se le agrega un dieléctrico, esto se debe a que el dieléctrico crea una carga inducida en sus paredes de signo contrario a la carga de las placas lo que disminuye el voltaje del capacitor.

Figura 7.7 Capacitor a) sin dieléctrico, b) con dieléctrico

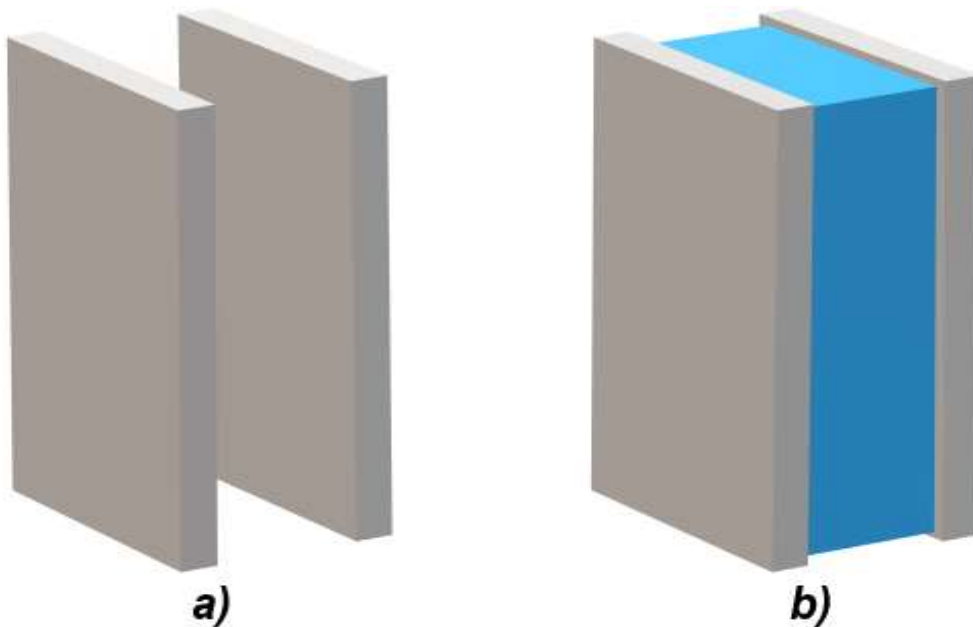


Tabla 7.1 Constante dieléctrica para diversos materiales aislantes.

Material	Constante dieléctrica κ	Intensidad dieléctrica (10^6 V/m)
Aceite de silicón	2.5	15
Agua	80	--
Aire (seco)	1.000 59	3
Baquelita	4.9	24
Cloruro de polivinilo	3.4	40
Cuarzo fundido	3.78	8
Hule de neopreno	6.7	12
Mylar	3.2	7
Nylon	3.4	14
Papel	3.7	16
Papel impregnado con parafina	3.5	11
Poliestireno	2.56	24
Porcelana	6	12
Teflón	2.1	60
Titanato de estroncio	233	8
Vacío	1.000 00	--
Vidrio pyrex	5.6	14

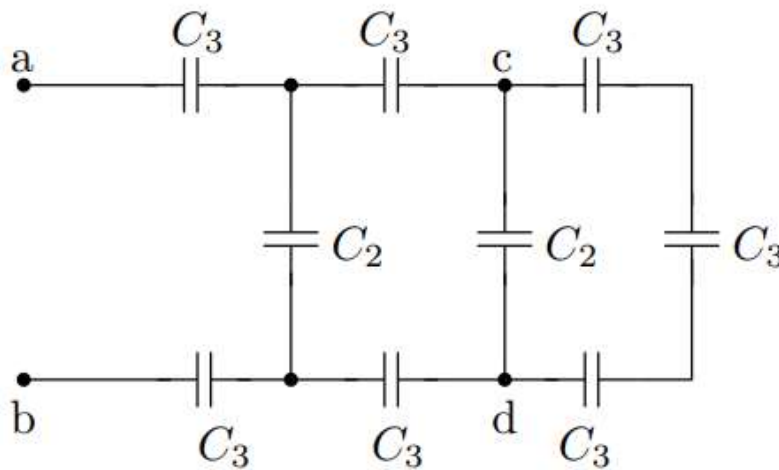
Fuente de Consulta: Serway, 2009, p.736.

Evalúe lo aprendido...

Instrucciones: Resuelva los problemas que se plantean a continuación:

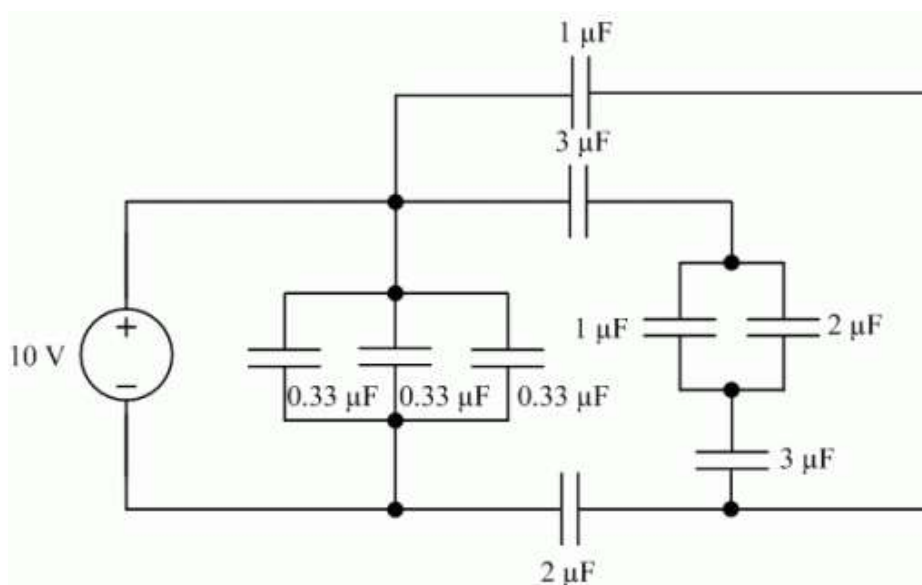
1. Un capacitor almacena $5 \times 10^{-6} C$ cuando se le aplica un voltaje de $18 V$. Calcule la capacitancia.
2. Cuál es la carga máxima que puede almacenar un capacitor de $5 nF$ si soporta un voltaje no mayor a $15 V$.
3. Diseñe un capacitor de placas paralelas cuadradas al vacío con una capacitancia de $10 nF$ y que tenga el menor volumen posible.
4. Un capacitor cilíndrico tiene una altura de $30 cm$ y un radio mayor y menor de $2.5 cm$ y $1 cm$ respectivamente. Calcule la capacitancia.
5. Calcule la capacitancia equivalente entre los puntos a y b de la Figura 1, considerando que $C_2 = 20 nF$ y $C_3 = 38 nF$.

Figura 1 Bosquejo del problema 5.



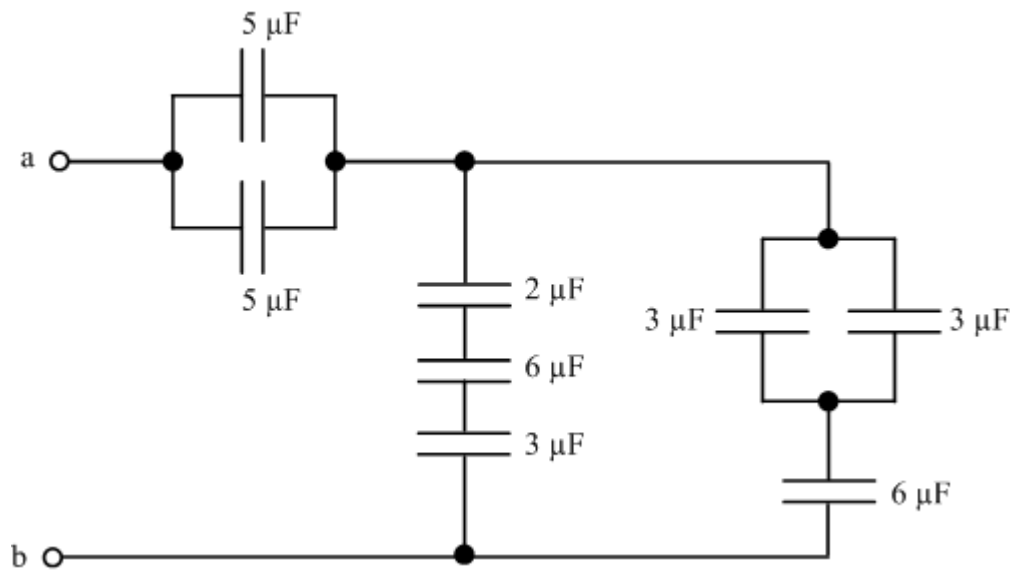
6. Calcule la capacitancia equivalente entre las terminales de la fuente de $10 V$ en la Figura 2. ¿Cuánta carga almacena el circuito?

Figura 2 Bosquejo del problema 6



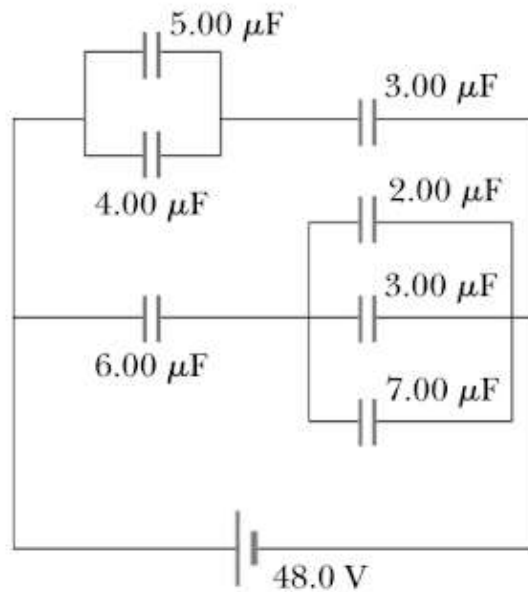
7. Encuentre la capacitancia equivalente entre los puntos a y b en la Figura 3.

Figura 3. Bosquejo del problema 7



8. Encuentre la capacitancia equivalente aplicada entre las terminales de la fuente de $48\ \text{V}$.

Figura 4 Bosquejo del problema 8.



9. Calcule la energía que almacena un capacitor de $0.5\ \text{F}$ alimentado por un voltaje de $12\ \text{V}$.
10. Un capacitor cilíndrico tiene una altura de $45\ \text{cm}$ y un radio mayor y menor de $5.5\ \text{cm}$ y $2\ \text{cm}$ respectivamente, además de contar con vidrio Pyrex como dieléctrico. Calcule la capacitancia.

Referencias

Serway, R. A., & Jewett, J. W. (2009). *Física: Para ciencias e ingeniería con Física Moderna*. México D.F.: Cengage.

Apéndice de prácticas

Práctica 1: Propiedades de la carga eléctrica

Tiempo estimado en la realización de la práctica: 2 horas

Objetivo de la práctica:

Comprender los principios de interacción de las cargas eléctricas en reposo, así como las formas de producción de electricidad estática mediante el efecto triboeléctrico e inducción electrostática. Para ello, el alumno demostrará la existencia de dos tipos de carga eléctrica además de sus propiedades, mediante la electrificación por frotamiento (efecto triboeléctrico) de diversos materiales y su interacción. También implementará un experimento en donde se compruebe la carga electrostática por inducción.

Resultados esperados de aprendizaje:

El alumno comprueba de manera práctica la existencia de dos tipos de carga eléctrica: positiva y negativa. Además de comprender el proceso de carga debido al efecto triboeléctrico (carga por frotamiento o contacto) y a la inducción electrostática.

Marco de referencia:

La carga eléctrica es una propiedad fundamental de la materia, que tiene su origen en las partículas subatómicas protón y electrón, manifestándose por fuerzas de atracción y repulsión entre ellas. En el S.I. la unidad de carga eléctrica es el Coulomb (C). El electrón posee carga negativa (e^-) y el protón carga positiva (e^+) de igual magnitud, pero con signo opuesto. Debido a que los átomos tienen el mismo número de protones y electrones la materia es esencialmente neutra. Las cargas observadas en la naturaleza son solo pequeños desequilibrios en la neutralidad, por pérdida o adición de electrones.

La carga eléctrica tiene las siguientes propiedades:

- Existen dos tipos de carga: positiva (+) y negativa (-).
- Cargas del mismo signo se repelen.
- Cargas de signo contrario se atraen.
- La carga está cuantizada.
- La carga de un electrón es $e^- = -1.6022 \times 10^{-19} \text{ C}$.

Electrostática es la rama de la Física que estudia las cargas eléctricas en reposo y su interacción mutua. Las fuerzas de atracción y repulsión vienen regidas por:

- Ley de Coulomb
- Ley de Gauss

Benjamín Franklin propuso la existencia de dos tipos de carga eléctrica, además de plantear sus propiedades de interacción, mediante el siguiente experimento: electrificó por frotamiento una barra de vidrio con piel de gato y una barra de ebonita con un paño de seda y observó que la barra de ebonita y vidrio cargadas se atraían, mientras que barras cargadas del mismo material se repelían. Franklin propuso el nombre de POSITIVA (+) y NEGATIVA (-) para ambos tipos de electricidad (carga).

Además, observó que la piel de gato quedaba cargada con carga opuesta a la de la barra de vidrio, pasando lo mismo con el paño de seda y la barra de ebonita, esto hizo pensar a Franklin y posteriores investigadores que un tipo de carga libre en la materia, se transfería de un cuerpo a otro cuando entraban en contacto, descompensando la neutralidad de ambos. Carga que hoy sabemos es el electrón. Dicho fenómeno de carga se explica en la actualidad con que se conoce como efecto triboeléctrico.

El proceso de carga de cuerpos en electrostática se puede realizar de dos maneras:

- El efecto triboeléctrico
- Inducción electrostática
- **Efecto triboeléctrico:** consiste en la carga un objeto debido al contacto o frotamiento directo con otro objeto, lo que es ocasionado debido a una transferencia de electrones de un material a otro respetando la ley de la conservación de la carga. Esto se debe a la existencia de materiales que tienen una mayor facilidad para ceder electrones y otros a aceptarlos, algo muy relacionado con el concepto de electronegatividad en química.
- **Inducción electrostática:** es la redistribución de carga en un material debido a la acción de cargas cercanas, y se da en mayor medida en conductores ya que cuentan con un gran número de cargas libres. La inducción puede ser usada para la carga eléctrica de objetos, sí mientras se distribuyen las cargas asimétricamente por la acción de una carga externa, se hace un contacto momentáneo a tierra o una división del material, que impide que las cargas vuelvan a su posición original, una vez que la influencia de la carga externa es retirada.

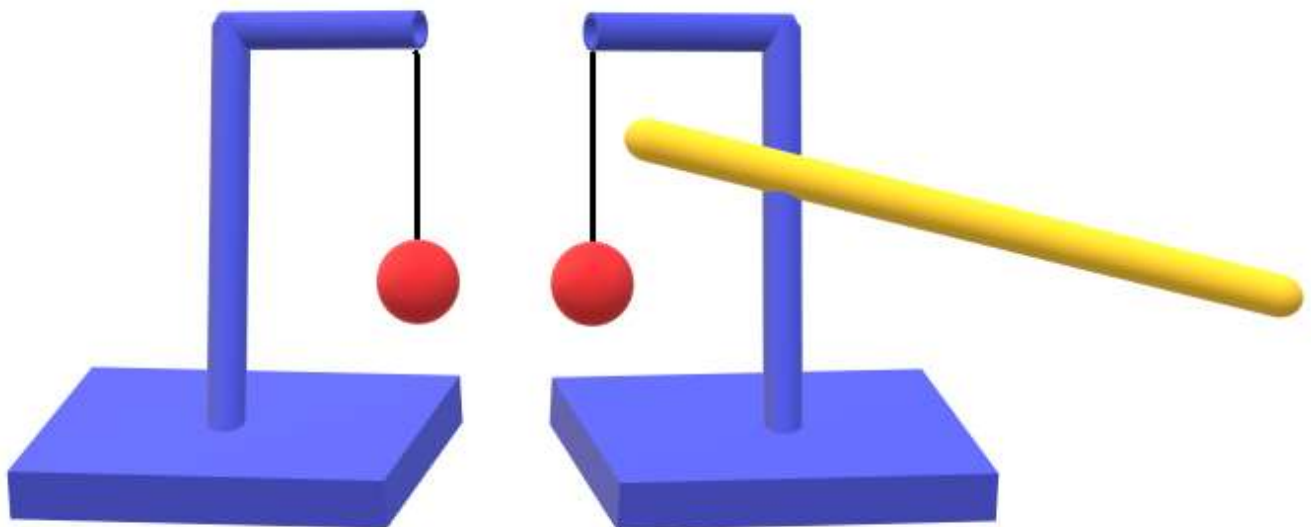
Materiales y equipo:

- Barra de acrílico
- Paño de franela
- Paño de poliéster
- Bolsa de polietileno
- Soporte universal
- Péndulo electrostático

Metodología:

Construir dos péndulos electrostáticos usando esferas de unicel (2.5 cm de diámetro), forradas con papel aluminio y sostenidas por hilo no conductor. Se hará uso de una barra de acrílico para cargar por contacto los péndulos. La barra a su vez se cargará por frotamiento tanto con un paño de poliéster como con una bolsa de poliestireno para ver las diferencias entre uno y otro tipo de carga (ver Figura A1).

Figura A1 Representación de péndulos electrostáticos, práctica 1



Experimento 1: carga por frotamiento

Para este experimento se usará un péndulo electrostático realizando el siguiente procedimiento:

1. Verificar que el péndulo se encuentre descargado tocándolo con la palma de la mano.
2. Tocar la esfera del péndulo con la barra de acrílico y registrar comportamiento.
3. Cargar la barra de acrílico frotándola con el paño de poliéster.
4. Acercar la barra de acrílico a la esfera del péndulo sin tocarla y registrar el comportamiento.
5. Verificar que el péndulo se encuentre descargado tocándolo con la palma de la mano.
6. Cargar la barra de acrílico frotándola con la bolsa de polietileno.
7. Acercar la barra de acrílico a la esfera del péndulo sin tocarla y registrar el comportamiento.

Experimento 2: electrificación por contacto

Para este experimento se usará un péndulo electrostático realizando el siguiente procedimiento:

1. Verificar que el péndulo se encuentre descargado tocándolo con la palma de la mano.
2. Cargar la barra de acrílico frotándola con el paño de poliéster.
3. Acercar la barra de acrílico a la esfera del péndulo, tocarla y registrar el comportamiento.
4. Verificar que el péndulo se encuentre descargado tocándolo con la palma de la mano.
5. Cargar la barra de acrílico frotándola con la bolsa de polietileno.
6. Acercar la barra de acrílico a la esfera del péndulo, tocarla y registrar el comportamiento.

Experimento 3: fuerzas de atracción y repulsión

Para este experimento se usarán dos péndulos electrostáticos (péndulos 1 y 2) cuyas esferas están separadas. Para ello se realiza el siguiente procedimiento:

1. Verificar que el péndulo 1 se encuentre descargado tocándolo con la palma de la mano.
2. Cargar la barra de acrílico frotándola con el paño de poliéster.
3. Tocar la esfera del péndulo 1 con la barra de acrílico para cargarla.
4. Verificar que el péndulo 2 se encuentre descargado tocándolo con la palma de la mano.
5. Cargar la barra de acrílico frotándola con la bolsa de polietileno.
6. Tocar la esfera del péndulo 2 con la barra de acrílico para cargarla.
7. Acercar el péndulo 1 y 2 lentamente sin permitir que hagan contacto.
8. Reporte los resultados y explique.
9. Verificar que el péndulo 1 se encuentre descargado tocándolo con la palma de la mano.
10. Cargar la barra de acrílico frotándola con el paño de poliéster.
11. Tocar la esfera del péndulo 1 con la barra de acrílico para cargarla.
12. Verificar que el péndulo 2 se encuentre descargado tocándolo con la palma de la mano.
13. Cargar la barra de acrílico frotándola con el paño de poliéster.
14. Tocar la esfera del péndulo 2 con la barra de acrílico para cargarla.
15. Acercar el péndulo 1 y 2 lentamente sin permitir que hagan contacto.
16. Reportar los resultados y generar una explicación al respecto.

Experimento 4: carga por inducción electrostática

Para este experimento se usarán dos péndulos electrostáticos (péndulos 1 y 2) cuyas esferas están en contacto. Para ello se realiza el siguiente procedimiento:

1. Verificar que ambos péndulos se encuentren descargados tocándolos con la palma de la mano.
2. Cargar la barra de acrílico frotándola con el paño de poliéster.
3. Acercar lentamente, la barra de acrílico a las esferas de los péndulos sin tocarlas
4. Separar las dos esferas, sin retirar la barra de acrílico cargada.
5. Retirar la barra de acrílico sin permitir que las esferas se junten de nuevo.
6. Acercar las esferas de nuevo sin permitir que hagan contacto.
7. Reportar los resultados y generar una explicación al respecto.

Práctica 2: Mediciones eléctricas

Tiempo estimado en la realización de la práctica: 2 horas

Objetivo de la práctica:

El alumno medirá las variables eléctricas: voltaje, corriente y resistencia eléctrica empleando el multímetro. Además, se instruirá en el uso de la fuente de poder de corriente directa (DC), con el fin de conocer los instrumentos básicos para medición y pruebas en el laboratorio de electrónica. Aunado a lo anterior, el estudiante aprenderá e implementará las reglas de seguridad generales para mediciones eléctricas, así como para el manejo del multímetro y la fuente de poder. Aplicará el multímetro, en mediciones de corriente y voltaje en fuentes de AC y DC; se le entregarán varios resistores de los cuales comprobará sus valores y finalmente realizará mediciones de corriente y voltaje en circuitos resistivos alimentados por una fuente de DC haciendo uso de la fuente de poder.

Resultados esperados de aprendizaje:

Aprender a realizar mediciones eléctricas de forma segura, con el equipo básico del laboratorio de electrónica:

- Multímetro,
- Fuente de poder de corriente directa (DC)

Marco de referencia:

Multímetro. Es un instrumento de medición básico del laboratorio de electrónica, el cual se emplea para medir voltaje e intensidad de la corriente eléctrica tanto para corriente directa (DC) como para corriente alterna (AC), así como resistencia capacitancia, frecuencia entre otras variables eléctricas.

Fuente de poder de corriente directa (DC). Instrumento electrónico que convierte la corriente alterna en corriente directa para la alimentación de circuitos eléctricos analógicos y digitales en el laboratorio. Generalmente son variables y se puede ajustar mediante perillas el voltaje y la corriente que entregan. Existen fuentes capaces de suministrar más de un voltaje si se requiere (fuentes duales), para circuitos con amplificadores operacionales o que contienen etapas de electrónica analógica y digital que se alimentan con diferentes voltajes.

Reglas de seguridad generales para mediciones eléctricas:

- Realizar una inspección visual, ya que es muy importante nunca usar un instrumento de laboratorio dañado. Inspeccionarlo visualmente: carcasa, puntas de prueba y accesorios en busca de signos de deterioro, como por ejemplo roturas, metal expuesto o partes quemadas.
- Verificar que el instrumento funcione correctamente y nunca asumir que es así. Utilizar una fuente de voltaje conocida o herramientas de prueba para verificar que el dispositivo funciona de manera adecuada.
- Trabajar con electricidad es peligroso. Siempre considere la posibilidad de sobretensiones transitorias y arcos eléctricos que pueden causar serias lesiones o la muerte.
- Siempre asuma que cualquier componente de un circuito eléctrico está cargado, a menos que se hayan realizado el procedimiento adecuado para su descarga.
- Tenga en cuenta la posición del cuerpo cuando trabaje en entornos eléctricos; el choque ocurre cuando el cuerpo humano se convierte en parte de un circuito eléctrico.
- Usar el equipo de protección personal correcto en todas y cada una de las situaciones, tales como, guantes, y recubrimientos aislantes. Se requieren cuando se trabaja en o cerca de circuitos eléctricos energizados y expuestos mayores de 50 V.

Nunca trabaje solo, cuando haga mediciones en o cerca de equipos expuestos y energizados. Si es posible, no tome medidas en ambientes húmedos y asegúrese de que no haya sustancias o gases inflamables en el ambiente.

Material y equipo:

- 1 Fuente de voltaje variable
- 1 Multímetro
- Resistores de: 1 k Ω , 4.7 k Ω Y 10 k Ω
- 1 Tablilla de experimentación (Protoboard)
- Alambre para Protoboard
- 1 Pilas de 1.5 V AA
- 1 Porta pilas

Metodología:

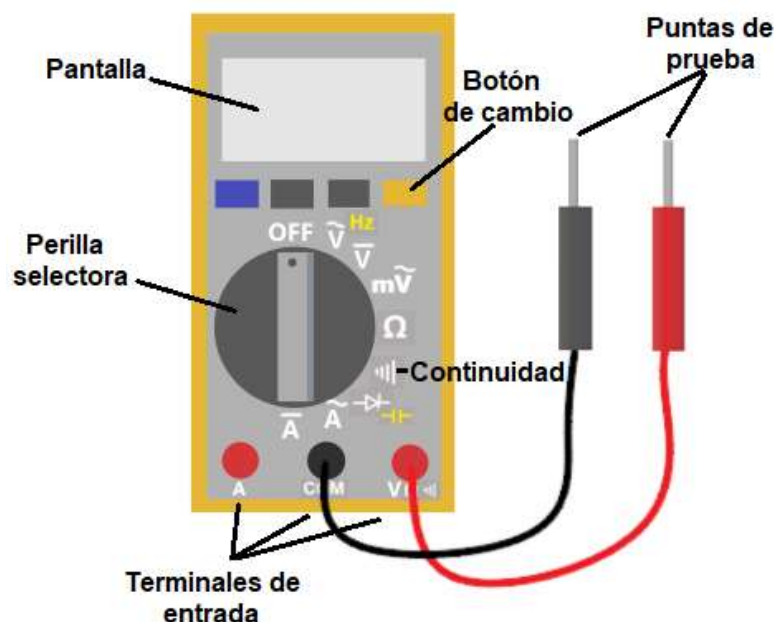
Multímetro: En la primera parte de esta práctica se instruirá en el uso del multímetro. Es prioritario conocer las reglas de seguridad generales para mediciones eléctricas, y las reglas de seguridad para el uso del multímetro, antes de iniciar con el manejo del equipo, lo que evitará accidentes que podrían resultar fatales y/o posibles daños a este.

Reglas de seguridad para el uso del multímetro:

- Desenergizar y descargar el circuito completamente antes de conectarlo o desconectarlo a un multímetro.
- Nunca medir la resistencia con un multímetro, si el circuito está energizado.
- Conectar el multímetro en serie con el circuito para mediciones de corriente y en paralelo para mediciones de voltaje
- Asegurarse que el multímetro esté en AC antes de intentar medir los circuitos de AC.
- Asegurarse que el multímetro esté en DC antes de intentar medir los circuitos de DC.
- Si va a medir corriente directa o alterna, asegure conectar la punta de prueba roja en el conector de entrada para amperímetro
- Comenzar con el rango más alto de voltaje o corriente para cualquier medición de dichas variables.
- Una resistencia debe medirse de forma independiente a las partes conectadas en el circuito o estas pueden afectar la medición.
- Finalmente, observe la pantalla de su multímetro buscando posibles alertas visuales, tales como voltajes inseguros (30 V o más) en las puntas de prueba.
- Siempre seguir las reglas de seguridad generales para mediciones eléctricas.

A continuación, se muestra un multímetro con sus partes básicas (Figura A2):

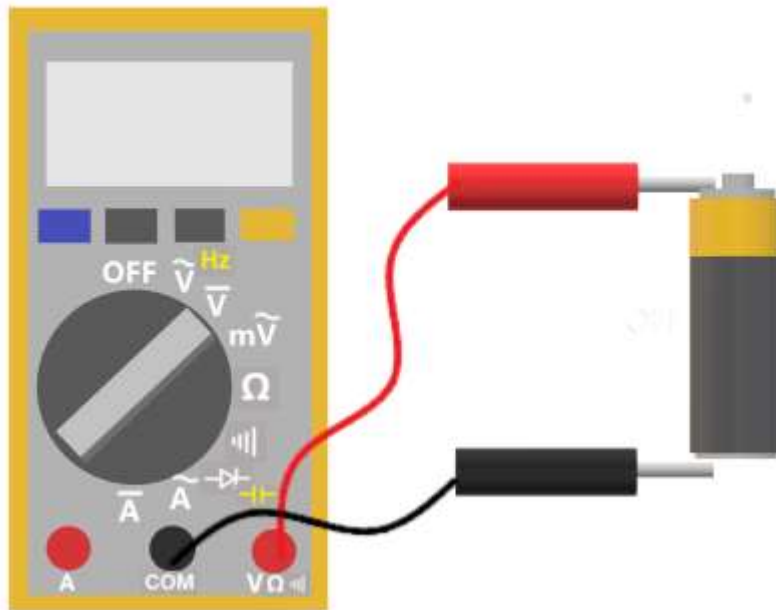
Figura A2 Partes del multímetro



Precaución: para mediciones de corriente o voltaje, conectar las puntas de prueba en las terminales correctas del multímetro, No hacerlo implica riesgo de electrocución o daños en el equipo.

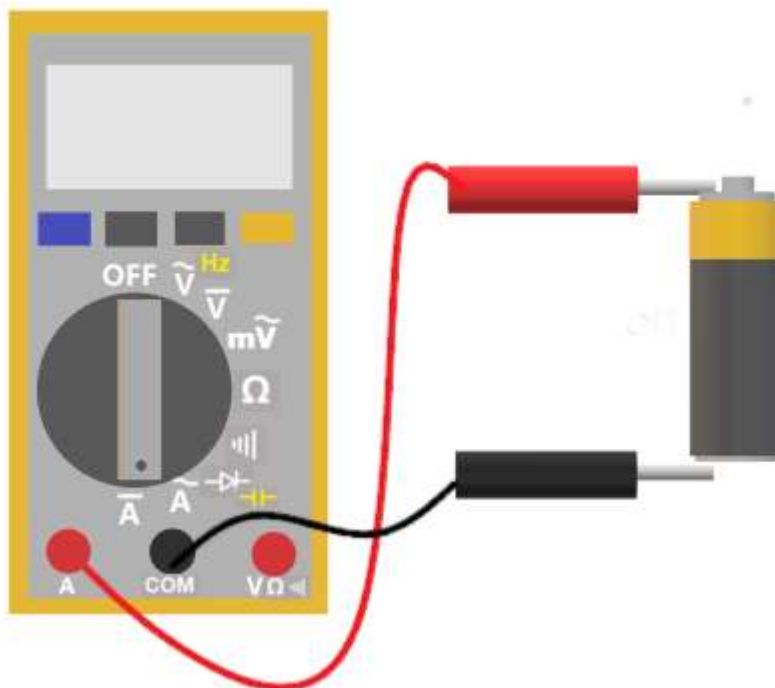
1. **Medición de voltaje en una fuente de DC:** coloque la perilla del multímetro en la posición de voltaje de DC (\bar{V}) y las puntas de prueba en los extremos de la pila AA como se muestra en la Figura A3. Registre la lectura del voltaje medido. Conecte las puntas de prueba en sentido inverso y registre el valor medido. Explique qué sucede cuando se invierte la conexión de las puntas de prueba. ¿El valor del voltaje de la batería se acerca al valor nominal sugerido por el fabricante?

Figura A3 Medición de voltaje de DC



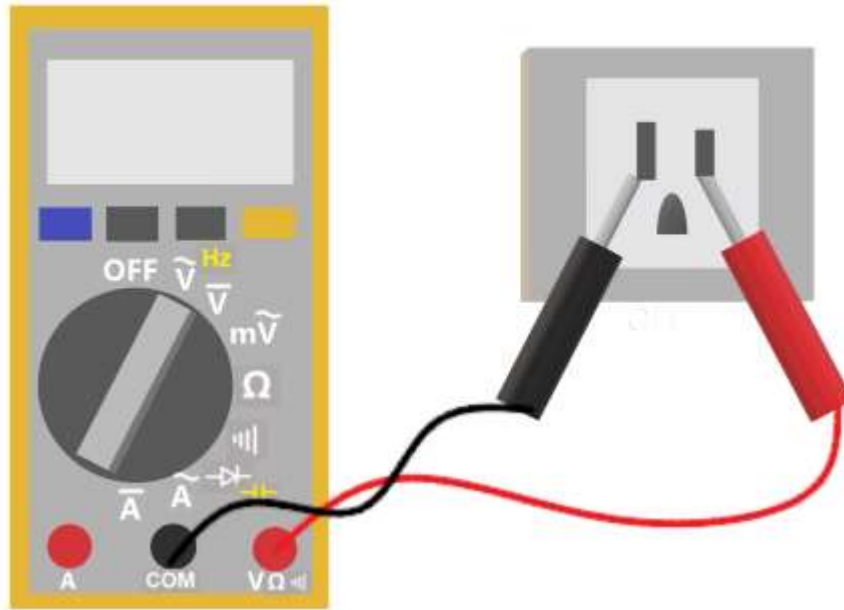
2. **Medición de corriente en una fuente de DC:** coloque la perilla del multímetro en la posición de corriente de DC (\bar{A}), conecte la entrada de la punta de prueba roja en la terminal para Amperímetro y las puntas de prueba en los extremos de la pila AA, como se muestra en la Figura A4. Registre la lectura de la corriente medida. Conecte las puntas de prueba en sentido inverso y registre el valor medido. Nota: no prolongar demasiado tiempo la medición de la corriente, ya que la batería podría sobrecalentarse al estarse midiendo la corriente máxima que puede entregar.

Figura A4 Medición de corriente de DC.



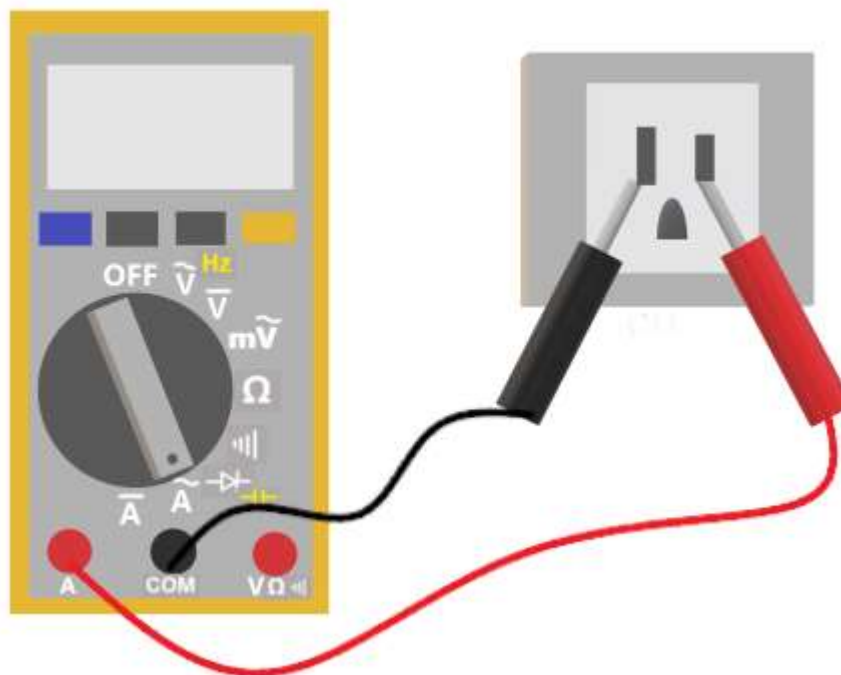
3. **Medición de voltaje en una fuente de AC:** coloque la perilla del multímetro en la posición de voltaje de AC (\tilde{V}), conecte la entrada de la punta de prueba roja en la terminal para voltímetro y las puntas de prueba en las entradas del tomacorriente como se muestra en la Figura A5. Registre la lectura del voltaje medido. Conecte las puntas de prueba en sentido inverso y registre el valor medido. Explique qué sucede cuando se invierte la conexión de las puntas de prueba. Nota: tenga cuidado en no tocar la parte metálica de las puntas de prueba ni cortocircuitar estas mientras se realiza la medición.

Figura A5 Medición de voltaje de AC.



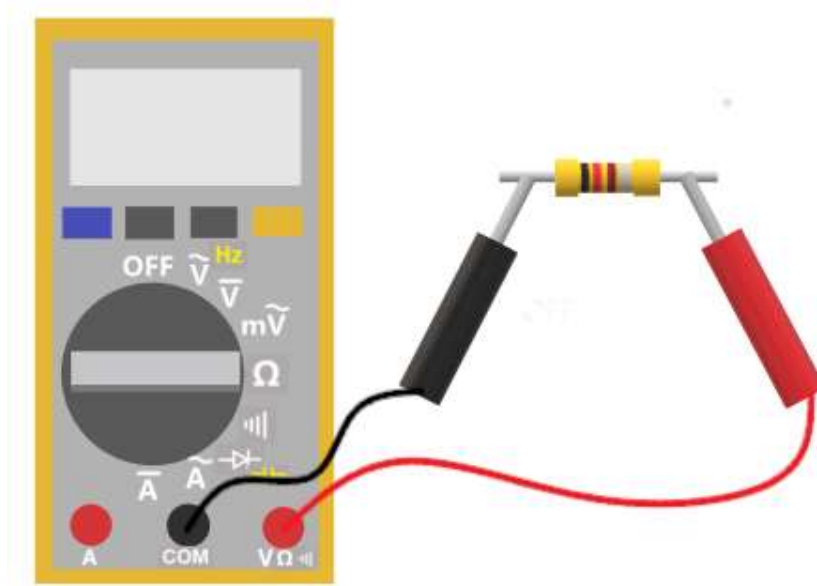
4. **Medición de corriente en una fuente de AC:** coloque la perilla del multímetro en la posición de corriente de AC (\tilde{A}), conecte la entrada de la punta de prueba roja en la terminal para amperímetro y las puntas de prueba en las entradas del tomacorriente como se muestra en la Figura A6. Registre la lectura de a corriente medida. Conecte las puntas de prueba en sentido inverso y registre el valor medido. Explique qué sucede cuando se invierte la conexión de las puntas de prueba.

Figura A6 Medición de corriente de AC.



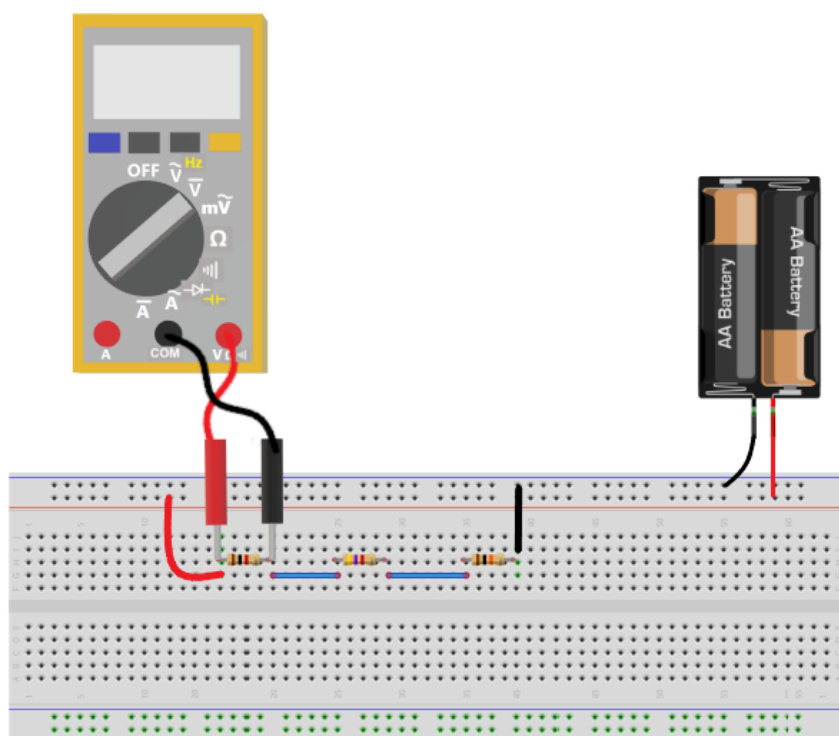
5. **Medición de la resistencia eléctrica:** coloque la perilla del multímetro en la posición de Ohm (Ω), conecte la entrada de la punta de prueba roja, en la terminal para Óhmetro y las puntas de prueba en las terminales del resistor como se muestra en la figura A7. Registre la lectura de la resistencia eléctrica medida. Tome la lectura para otros resistores y registre resultados. ¿Cuánto se desvía la lectura del valor esperado y por qué?

Figura A7 Medición de resistencia eléctrica



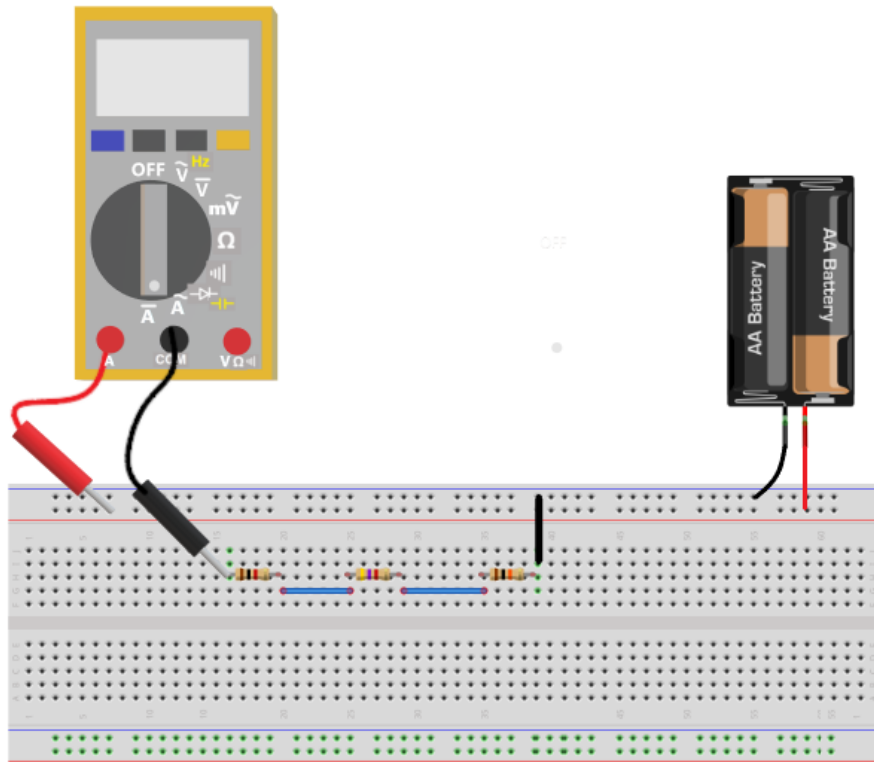
6. **Medición de voltaje en un circuito:** empleando una tablilla de experimentación, tres resistores y un par de baterías AA con su porta pila, realice el circuito resistivo en serie que se muestra en la figura A8. Coloque la perilla del multímetro en la posición de voltaje de DC (\bar{V}) y las puntas de prueba en paralelo con algún resistor, como se muestra en la figura 6. Registre la lectura del voltaje medido. Conecte las puntas de prueba en sentido inverso y registre el valor medido. Realice la medición del voltaje de los otros dos resistores.

Figura A8 Medición del voltaje en un circuito eléctrico



7. **Medición de corriente en un circuito:** empleando una tablilla de experimentación, tres resistores y un par de baterías AA con su porta pila, realice el circuito resistivo en serie que se muestra en la Figura A9. Coloque la perilla del multímetro en la posición de corriente de DC (\bar{A}) y las puntas de prueba en serie con el circuito, como se muestra en la figura 7. Registre la lectura de la intensidad de la corriente medida. Conecte las puntas de prueba en sentido inverso y registre el valor medido.

Figura A9 Medición de corriente en un circuito eléctrico



Al finalizar la práctica, girar la perilla a la posición de OFF para apagar el multímetro.

Fuente de poder de corriente directa

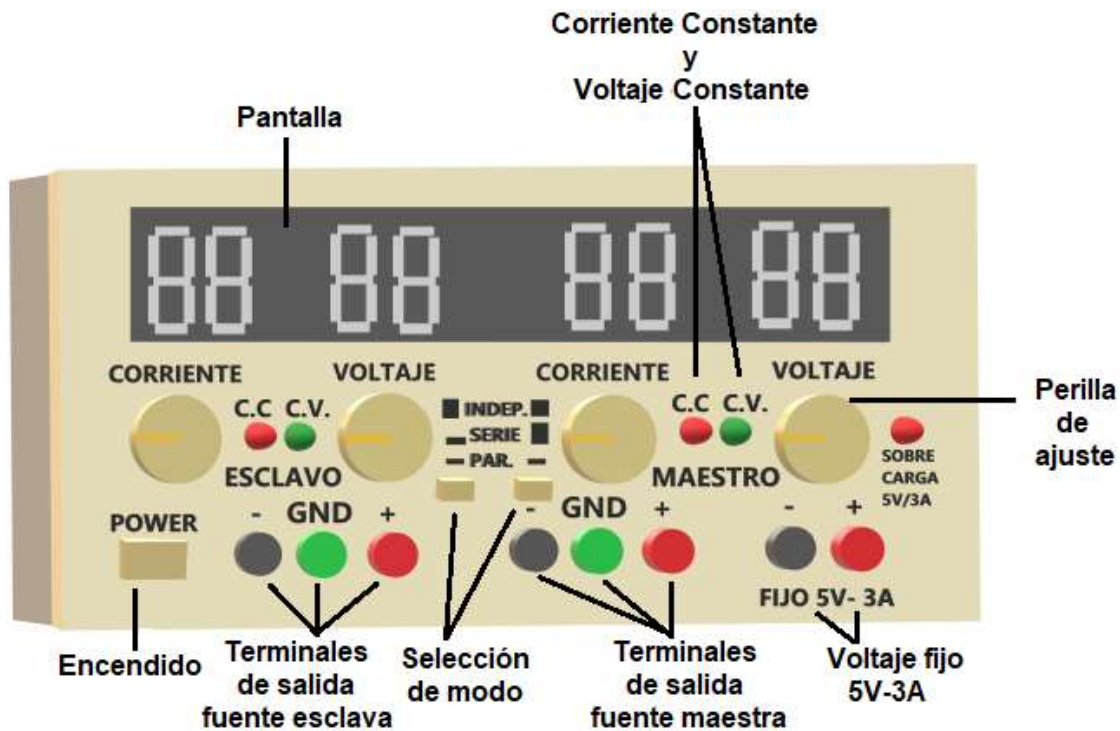
En la segunda parte de esta práctica se instruirá en el uso de la fuente de poder de corriente directa. Es prioritario conocer las reglas de seguridad generales para mediciones eléctricas, y las reglas de seguridad para el uso de la fuente de poder, antes de iniciar con el manejo del equipo, lo que evitará accidentes que podrían resultar fatales y/o posibles daños a este.

Reglas de seguridad para el uso de la fuente de poder

- Nunca usar equipo con puntas de prueba rotas o aislante dañado.
- No tocar las terminales o la parte conductora de las puntas de prueba cuando la fuente esté energizada
- Componentes internos pueden deteriorarse o dañarse si se cortocircuitan las terminales o un estado de sobre corriente se mantiene durante la operación.
- Apague inmediatamente la fuente de poder si nota chispas, humo, olores, sonidos o cualquier cosa inusual durante la operación.
- Nunca haga cambios en el cableado de un circuito cuando la fuente de poder esté energizada
- Revisar la correcta puesta a tierra de los circuitos, con respecto a la fuente de poder
- Siempre comprobar con un multímetro, que las mediciones de corriente y voltaje mostradas en la pantalla de la fuente, son las correctas.

La fuente de poder de corriente directa más común que podemos encontrar en el laboratorio es la fuente dual, como la mostrada en la Figura A10. Si separamos la fuente por la mitad de manera imaginaria, se aprecia que existen dos fuentes, la de la derecha se denomina fuente maestra y la de la izquierda fuente esclava. Se denomina fuente esclava ya que, en determinado modo de trabajo, la fuente esclava sigue todos los parámetros de configuración de la fuente maestra, aunque ambas tienen la capacidad de trabajar por separado si así se requiere.

Figura A10 Fuente de poder dual de corriente directa (DC)



A continuación, se explican las partes básicas de una fuente dual:

POWER: botón de encendido y apagado de la fuente.

PANTALLA: muestra las mediciones de corriente y voltaje tanto de la fuente maestra como la esclava.

MAESTRO: hace referencia a los controles de la fuente maestra, la cual se encuentra en la mitad derecha del dispositivo

ESCLAVO: hace referencia a los controles de la fuente esclava, la cual se encuentra en la mitad izquierda del dispositivo

PERILLAS DE AJUSTE: sirven para ajustar el voltaje y la corriente tanto en la fuente maestra como esclava. Cada fuente cuenta con su par de perillas correspondiente.

TERMINALES DE SALIDA: entregan la potencia para la fuente a la que pertenecen (maestro o esclavo). En ese punto deben conectarse los cables de alimentación.

FIJO 5V-3A: fuente entrega un voltaje fijo de 5V con capacidad de entregar hasta 3 A, lo cual es muy útil en aplicaciones de electrónica digital.

SELECCIÓN DE MODO: la fuente dual puede trabajar en tres modos que se citan a continuación:

- **INDEPENDIENTE:** (ambos botones desactivados), la fuente maestro y esclavo trabajan de manera independiente pudiendo proporcionar cada una 30V y hasta 3 A.

- **SERIE:** (botón izquierdo activado, derecho desactivado), la fuente maestro y esclavo están conectadas en serie internamente, es decir, la terminal negativa de la fuente maestra está conectada a la terminal positiva de la fuente esclava, y la alimentación se toma de la terminal positiva de la fuente maestra y la terminal negativa de la fuente esclava. Con este modo el control del voltaje deseado se hace desde la fuente maestra, además podremos obtener hasta 60 V con una corriente de 3 A.
- **PARALELO:** (ambos botones activados), la fuente maestra y esclava están conectadas internamente en paralelo, es decir, la terminal positiva de la fuente maestra está conectada a la terminal positiva de la fuente esclava, y la negativa de la fuente maestra a la negativa de la fuente esclava. La alimentación se toma de las terminales de la fuente maestra. Con este modo el control del voltaje deseado se hace desde la fuente maestra, además podremos obtener hasta 30 V con una corriente de 6 A.

Procedimiento 1: Prueba en modo independiente

1. Verifica que la fuente de poder se encuentre apagada.
2. Desactive los dos botones de selección de modo.
3. Gire las perillas de corriente al valor máximo (sentido de las agujas del reloj) tanto en fuente maestra como esclava.
4. Gire las perillas de voltaje al valor mínimo (sentido contrario a las agujas del reloj) tanto en la fuente maestra como esclava.
5. Encienda la fuente.
6. Gire lentamente el voltaje de la fuente maestra hasta obtener el voltaje deseado, observando el indicador correspondiente.
7. Comprobar el valor de voltaje entregado por la fuente maestra con un multímetro, conectando las puntas de prueba a las terminales positiva y negativa de la fuente maestra. ¿Existe discrepancia entre ambos valores? ¿Cuál será la medición correcta?
8. Gire lentamente el voltaje de la fuente esclava hasta obtener el voltaje deseado, observando el indicador correspondiente.
9. Comprobar el valor de voltaje entregado por la fuente esclava con un multímetro, conectando las puntas de prueba a las terminales positiva y negativa de la fuente esclava.

Procedimiento 2: Prueba en modo serie

1. Verifica que la fuente de poder se encuentre apagada.
2. Active el botón izquierdo y desactive el derecho.
3. Gire las perillas de corriente al valor máximo (sentido de las agujas del reloj) tanto en fuente maestra como esclava.
4. Gire las perillas de voltaje al valor mínimo (sentido contrario a las agujas del reloj) tanto en la fuente maestra como esclava.
5. Encienda la fuente.
6. Gire lentamente el voltaje de la fuente maestra hasta obtener el voltaje deseado, observando el indicador correspondiente.
7. Comprobar el valor de voltaje entregado por la fuente en modo serie con un multímetro, conectando las puntas de prueba del multímetro, la roja en la terminal positiva de la fuente maestra y la negra en la terminal negativa de la fuente. ¿El voltaje del multímetro es igual al voltaje mostrado por la fuente? De no ser igual explique por qué.
8. Gire la perilla de voltaje de la fuente maestra al valor máximo ¿Cuál es el voltaje medido con el multímetro? ¿Existe discrepancia con el voltaje mostrado en la pantalla de la fuente?
9. Conecte la punta de prueba roja del multímetro en la terminal positiva de la fuente maestra y la punta negra en la terminal negativa de la misma. ¿Qué voltaje registra?
10. Conecte la punta de prueba roja del multímetro en la terminal positiva de la fuente maestra y la punta negra en la terminal negativa de la misma. ¿Qué voltaje registra?
11. Conecte la punta de prueba roja del multímetro en la terminal positiva de la fuente esclava y la punta negra en la terminal negativa de la misma. ¿Qué voltaje registra? ¿Es el mismo voltaje en la fuente maestra y la fuente esclava?
12. Cambie el voltaje girando la perilla de voltaje de la fuente maestra y corrobore que las fuentes maestra y esclava tienen el mismo voltaje (pasos 10 y 11), a dicho efecto se le llama seguimiento.

Práctica 3: Ley de Ohm

Tiempo estimado en la realización de la práctica: 3 horas

Objetivo de la práctica:

Establecer la relación lineal entre las variables eléctricas voltaje, corriente en un elemento resistivo, y deducir la Ley de Ohm encontrando la función lineal que relaciona las variables corriente-voltaje y la constante de proporcionalidad R .

Resultados esperados de aprendizaje:

El alumno deducirá matemáticamente la Ley de Ohm, a partir de un circuito resistivo, en el que se pueda monitorear la intensidad de la corriente y el voltaje en tiempo real, para su captura y análisis. Con los datos obtenidos se demostrará la relación lineal entre las variables corriente y voltaje, se deducirá modelo matemático de la Ley de Ohm y se calculará de la resistencia y la inductancia.

Marco de referencia:

Georg Simon Ohm fue un físico y profesor de matemáticas alemán quien, con su propio presupuesto, usando la nueva pila galvánica e instrumentos de su propia invención, descubrió la ley que hoy lleva su nombre: Ley de Ohm, pilar en el estudio de la electricidad, sistemas de transmisión y circuitos eléctricos. La Ley de Ohm fue enunciada dentro de la investigación: *Análisis matemático de un circuito galvánico* en 1827. En ella se determinó que el flujo de corriente a través de un conductor es directamente proporcional a la diferencia de potencial aplicada a éste:

$$I \propto V \quad (1)$$

Para completar la ecuación lineal se requiere de la adición de una constante de proporcionalidad K , cuyo valor indica la facilidad que ofrece un conductor al paso de la corriente eléctrica, dicho valor se denomina Conductancia (G) y sus unidades son el Siemens (S)

$$I = k V \quad (2)$$

$$I = G V \quad (3)$$

Ohm consideró la inversa de la constante de proporcionalidad K (4), para crear una variable que indique, la dificultad que ofrece el conductor al paso de la corriente eléctrica, y se denominó resistencia eléctrica (R) y sus unidades son el Ohm (Ω).

$$K = \frac{1}{R} \quad (4)$$

Finalmente, la ley de Ohm se enuncia de la siguiente manera: *el flujo de corriente a través de un conductor es directamente proporcional a la diferencia de potencial e inversamente proporcional a la resistencia eléctrica.*

$$I = \frac{V}{R} \quad (5)$$

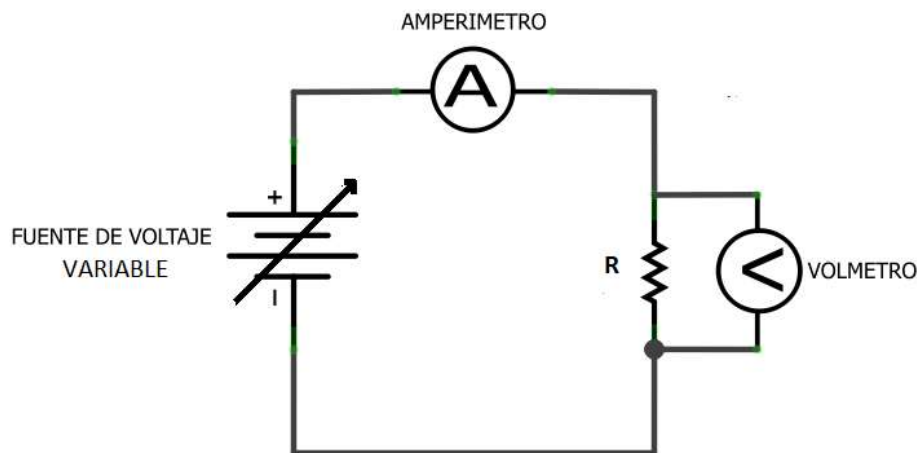
Materiales y equipo:

- 1 Fuente de voltaje variable
- 2 Multímetros
- 1 Tablilla de experimentación (Protoboard)
- Alambre para protoboard
- 1 Foco miniatura de rosca de 6.3 V DC con su base

Metodología:

1. Colocar la perilla del multímetro en la posición para medir la Intensidad de Corriente continua.
2. Implementar el circuito de la Figura A11, conectando el multímetro en serie con el foco (resistor R) miniatura y cerrando el circuito con una fuente de voltaje variable, asegurándose que la punta positiva del multímetro esté conectada a la terminal positiva de la fuente y la negativa a una de las terminales del foco. La terminal restante del foco cierra el circuito, conectándose a la terminal negativa de la fuente.
3. Colocar la perilla del segundo multímetro en la posición para medir voltaje de Corriente continua.
4. Conectar el segundo multímetro en paralelo con el foco para medir su voltaje. Se puede suprimir el multímetro si la fuente tiene indicador para el voltaje entregado.
5. Energizar el circuito y variar el voltaje de la fuente, acorde a los valores de la tabla. Para cada valor de voltaje, registre en la tabla el valor correspondiente de corriente.

Figura A11 Circuito empleado en la metodología

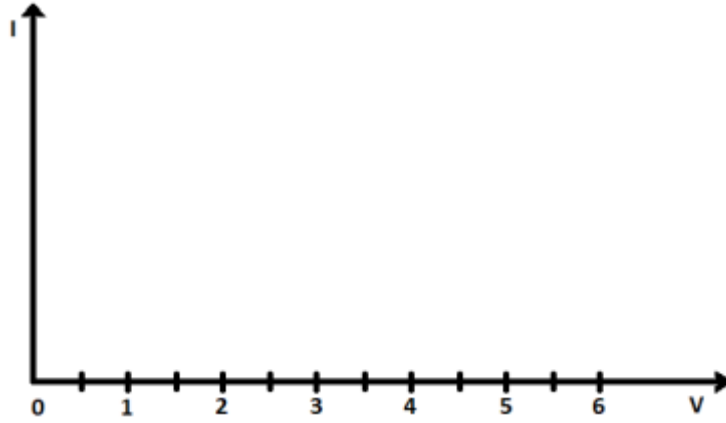


6. Variar el voltaje de la fuente de acuerdo a los valores de la Tabla A1, comenzando desde 0 V con incrementos de 0.5 V hasta llegar a 5 V, registrando para cada valor de voltaje, el valor respectivo de corriente mostrado por el multímetro.

Tabla A1 Registro de resultados de las mediciones

Voltaje (V)	Corriente (A)
0.0	
0.5	
1.0	
1.5	
2.0	
2.5	
3.0	
3.5	
4.0	
4.5	
5.0	

7. Con los valores obtenidos en la Tabla A1, dibujar la gráfica del voltaje en función de la corriente para un elemento resistivo, tomando cada par de valores (V, I) como un punto en el plano cartesiano que se muestra en la Figura A12.

Figura A12 Representación de resultados de las mediciones efectuadas

8. Deducir la Ley de Ohm a partir de la ecuación de la recta (6), además de la pendiente (7), usando los datos recabados en la tabla 1. Encontrar el valor de la resistencia y la conductancia del elemento resistivo (lámpara) a partir del valor de la pendiente de la recta:

$$(y - y_1) = m(x - x_1) \quad (6)$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \quad (7)$$

Donde: $y = I$ $x = V$ $m = G = \frac{1}{R}$

Práctica 4: Resistencia equivalente

Tiempo estimado en la realización de la práctica: 4 horas

Objetivo de la práctica:

Comprobar las propiedades de los circuitos eléctricos resistivos en serie y paralelo, implementando circuitos demostrativos y midiendo las variables voltaje, intensidad de la corriente y resistencia eléctrica. Para ello, el alumno deducirá matemáticamente la Ley de Ohm a partir de un circuito resistivo, en el que se pueda monitorear la intensidad de la corriente y el voltaje en tiempo real, para su captura y análisis. Con los datos obtenidos demostrará la relación lineal entre las variables corriente y voltaje, se deducirá modelo matemático de la Ley de Ohm, y el significado de la resistencia y la conductancia.

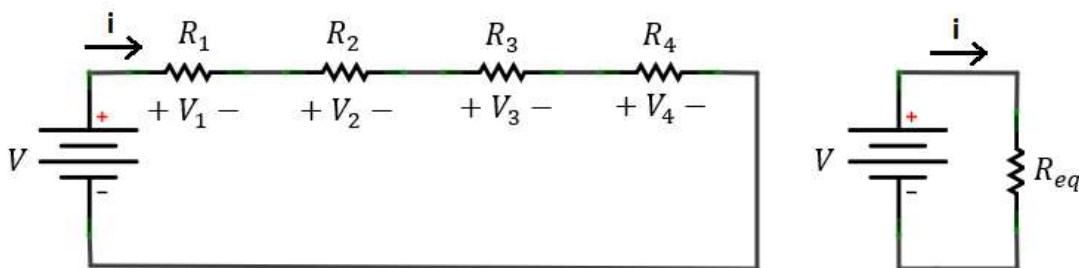
Resultados esperados de aprendizaje:

Comprobación las propiedades de los circuitos en serie y paralelo: Familiarización con el manejo de equipo del laboratorio de electrónica (multímetro, fuente de poder), medición de variables eléctricas (corriente y voltaje).

Antecedentes:

Marco de referencia: Circuitos resistivos en serie tienen las siguientes características:

Figura A13 Circuito resistivo en serie



La intensidad de la corriente (i) tiene la misma magnitud, en cada uno de los elementos.

$$i = i_1 = i_2 = i_3 = i_4 = i_n \quad (1)$$

El voltaje de la fuente de poder (V) es igual a la suma del voltaje de cada uno de los elementos resistivos:

$$V = V_1 + V_2 + V_3 + V_4 + \dots + V_n \quad (2)$$

Combinando la ley de Ohm con la ecuación (2) tenemos lo siguiente:

$$iR_{eq} = iR_1 + iR_2 + iR_4 + \dots + iR_n \quad (3)$$

factorizando i tenemos qué:

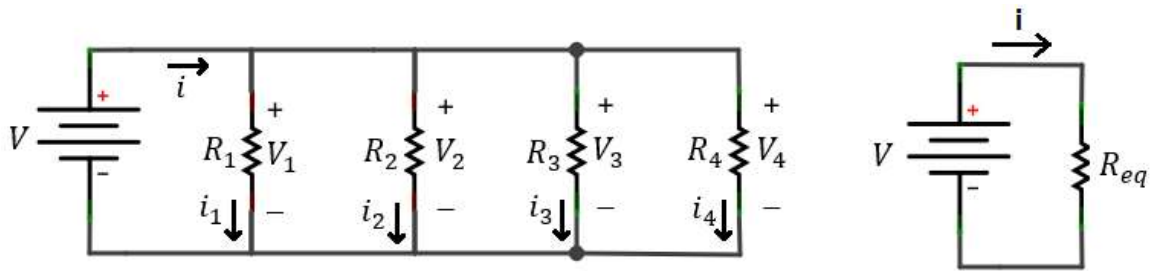
$$iR_{eq} = i(R_1 + R_2 + R_3 + R_4 + \dots + R_n) \quad (4)$$

El valor de i se puede eliminar de la ecuación, obteniendo la ecuación para los circuitos resistivos en serie:

$$\boxed{R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3 + R_4 + \dots + R_N} \quad (5)$$

Circuitos resistivos en paralelo tienen las siguientes características:

Figura A14 Circuito resistivo en paralelo



El voltaje (V) tiene la misma magnitud, en cada uno de los elementos resistivos.

$$V = V_1 = V_2 = V_3 = V_4 = V_n \quad (1)$$

La intensidad de la corriente (i) en la fuente de poder es igual a la suma de las intensidades de cada uno de los elementos resistivos:

$$i = i_1 + i_2 + i_3 + i_4 \quad (2)$$

Combinando la Ley de Ohm con la ecuación (2) tenemos lo siguiente:

$$\frac{V}{R} = \frac{V}{R_1} + \frac{V}{R_2} + \frac{V}{R_3} + \dots + \frac{V}{R_4} \quad (3)$$

factorizando i tenemos qué:

$$\frac{V}{R} = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots + \frac{1}{R_4} \right) V \quad (4)$$

El valor de i se puede eliminar de la ecuación, obteniendo la ecuación para los circuitos resistivos en serie:

$$\boxed{\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} + \dots + \frac{1}{R_5}} \quad (5)$$

Materiales y equipo:

- 1 Fuente de voltaje variable
- 1 Multímetro
- 1 Tablilla de experimentación
- Alambre para Protoboard
- 1 Cable con caimanes
- 1 Resistor 1 k Ω , 1/4 W
- 1 Resistor, 2.2 k Ω , 1/4 W
- 1 Resistor, 4.7 k Ω , 1/4 W
- 1 Resistor, 10 k Ω , 1/4 W

Metodología:

Considerar:

- R1 = 1 k Ω , 1/4 W
- R2 = 2.2 k Ω , 1/4 W
- R3 = 4.7 k Ω , 1/4 W
- R4 = 10 k Ω , 1/4 W

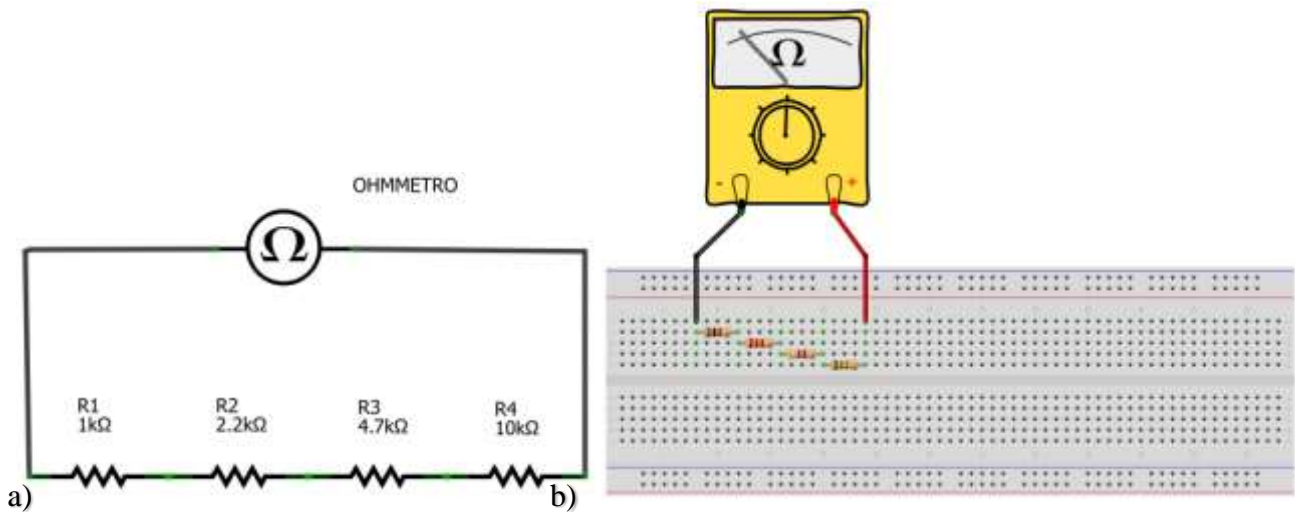
Circuito resistivo en serie:

Medición de resistencia equivalente

Acorde a lo mostrado en las Figuras A15a-b:

1. Conectar en serie los resistores R1, R2, R3, y R4
2. Conectar el multímetro en serie con el circuito, asegurándose que se encuentre preparado para medir resistencia en el rango adecuado.
3. Medir la resistencia equivalente R_{eq} con el multímetro. No debe energizarse el circuito resistivo mientras se mide la resistencia eléctrica, ya que, de ser el caso, el multímetro entregará una medición errónea, además de experimentar un posible daño.
4. Comparar resultado experimental con resultado teórico esperado.

Figuras A15

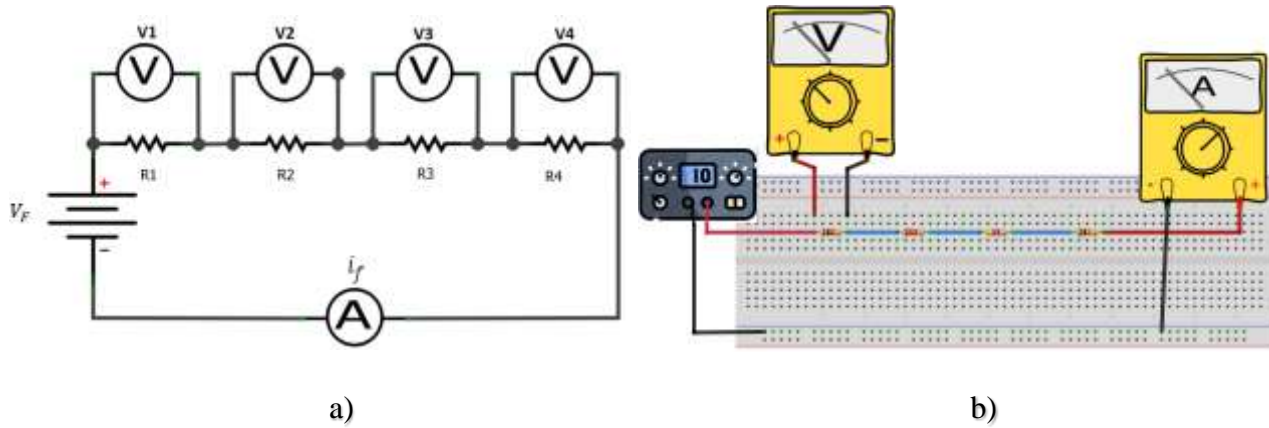


Medición de corriente y voltaje

Acorde a lo mostrado en las Figuras A16a-b:

1. Conectar los resistores R1, R2, R3 y R4 en serie.
2. Ajustar la fuente de voltaje variable para que entregue 5V de corriente directa y comprobar con el multímetro.
3. Conectar la fuente de voltaje no energizada entre las terminales de R1 y R4.
4. Conectar el multímetro en serie con el circuito, asegurándose que se encuentre preparado para medir Corriente Directa (CD).
5. Energizar la fuente de voltaje y registrar la lectura de corriente directa.
6. Apagar la fuente y desconectar el multímetro del circuito asegurándose de volver a cerrar la trayectoria del circuito.
7. Configurar multímetro para medir Voltaje de DC
8. Encender la fuente de voltaje y medir el voltaje de los resistores R1 a R4. Para ello se coloca el multímetro en paralelo en cada uno de los resistores y se toma lectura uno a uno.
9. Comparar resultado experimental con resultado teórico esperado.

Figuras A16



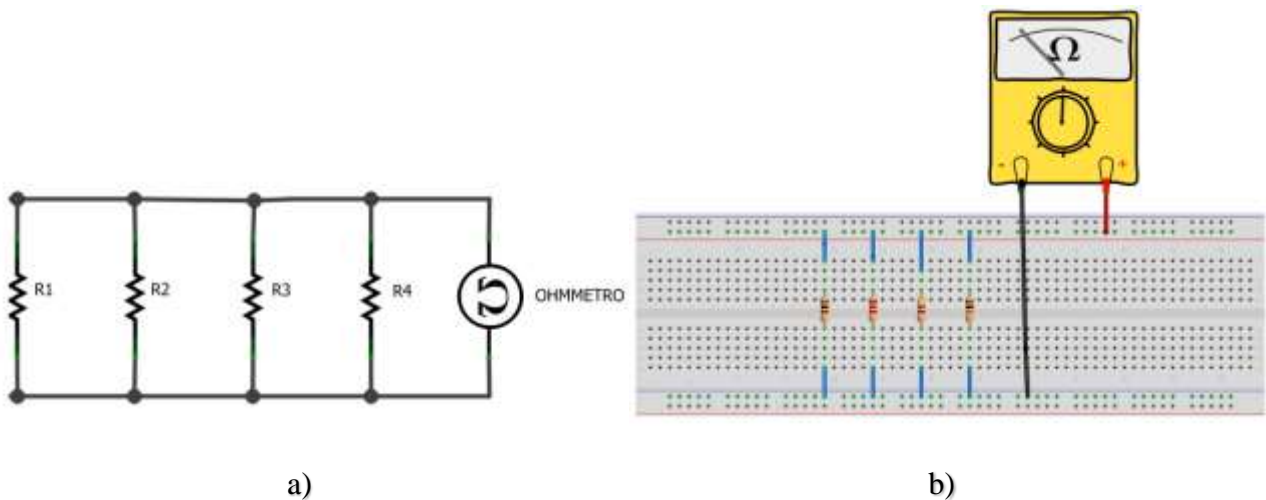
Circuito resistivo en paralelo:

Medición de resistencia equivalente

Acorde a lo mostrado en las Figuras A17a-b:

1. Conectar en paralelo los resistores $R1$, $R2$, $R3$, y $R4$
2. Conectar el multímetro en paralelo con el circuito, asegurándose que se encuentre preparado para medir resistencia en el rango adecuado.
3. Medir la resistencia equivalente R_{eq} con el multímetro. No debe energizarse el circuito resistivo mientras se mide la resistencia eléctrica, ya que, de ser el caso, el multímetro entregará una medición errónea, además de experimentar un posible daño.
4. Comparar resultado experimental con resultado teórico esperado.

Figuras A17



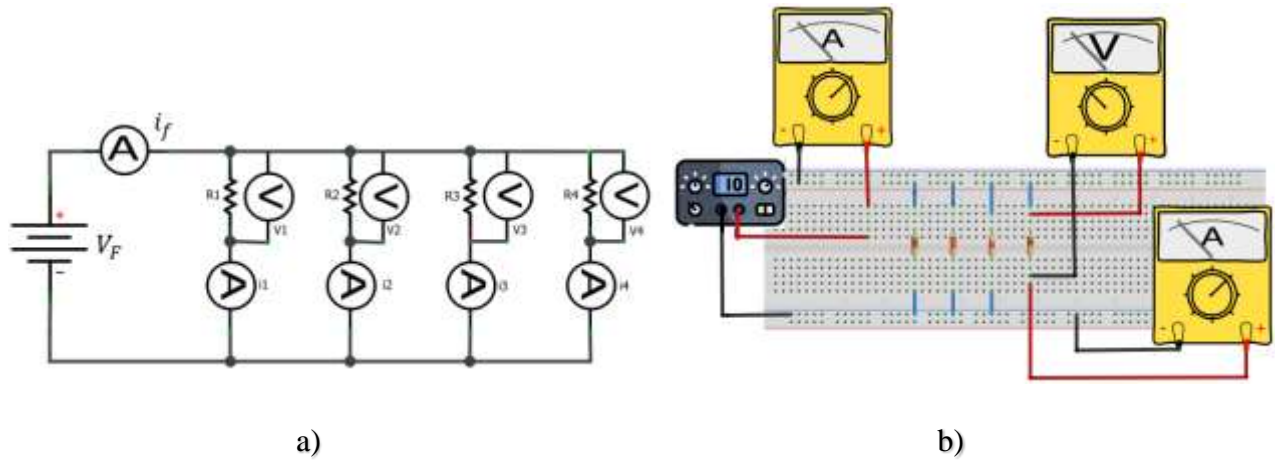
Medición de corriente y voltaje

Acorde a lo mostrado en las Figuras A18a-b:

1. Conectar los resistores $R1$, $R2$, $R3$ y $R4$ en paralelo.
2. Ajustar la fuente de voltaje variable para que entregue 5V de corriente directa y comprobar con el multímetro.
3. Conectar la fuente de voltaje no energizada en paralelo.
4. Conectar el multímetro en serie con el circuito entre la terminal positiva de la fuente y la resistencia $R1$ (vea figura 4), para medir la corriente de la fuente i_f . Asegurándose que se encuentre preparado para medir Corriente Directa (CD).
5. Energizar la fuente de voltaje y registrar la lectura de i_f .

6. Apagar la fuente y desconectar el multímetro del circuito asegurándose de volver a cerrar la trayectoria del circuito.
7. Configurar multímetro para medir Voltaje de DC
8. Encender la fuente de voltaje y medir el voltaje de los resistores R1 a R4. Para ello se coloca el multímetro en paralelo en cada uno de los resistores y se toma lectura uno a uno.
9. Comparar resultado experimental con resultado teórico esperado.
10. Encender la fuente de voltaje y medir la corriente de los resistores R1 a R4. Para ello se coloca el multímetro en serie para cada uno de los resistores y se toma lectura uno a uno, no olvidando volver a conectar el resistor una vez que se cambia de posición el multímetro.
11. Comparar resultado experimental con resultado teórico esperado.

Figuras A18



Práctica 5: Capacitancia equivalente

Tiempo estimado en la realización de la práctica: 2 horas

Objetivo de la práctica:

Comprobar las propiedades de los circuitos eléctricos capacitivos en serie y paralelo, implementando circuitos demostrativos y midiendo las variables voltaje y capacitancia.

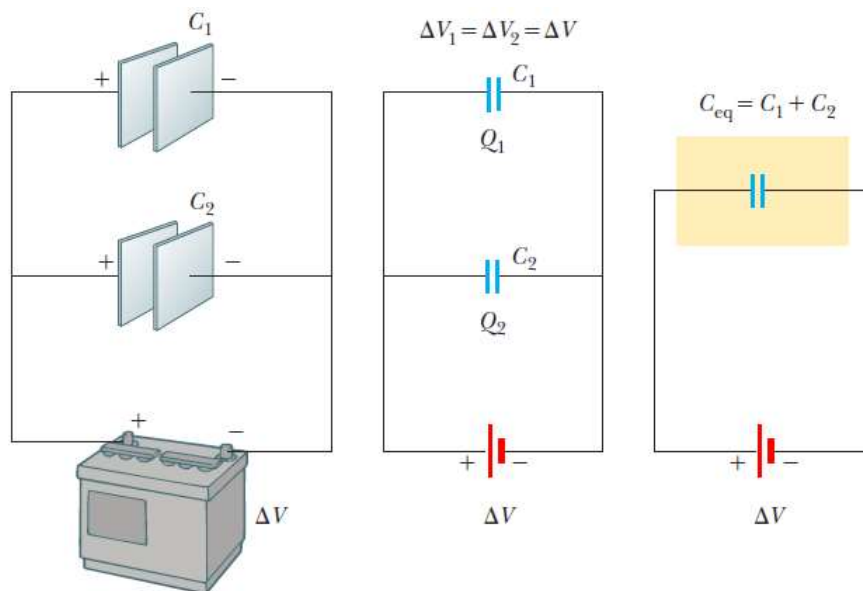
Resultados esperados de aprendizaje:

El alumno experimentará con la conexión de circuitos en serie, paralelo y mixtos de capacitores, comprobando los cálculos teóricos de la capacitancia equivalente con las mediciones hechas en laboratorio y justificando sus resultados. Aunado a ello, el estudiante se familiarizará con el manejo de equipo del laboratorio de electrónica, medición de variables eléctricas (capacitancia).

Marco de referencia:

Circuitos capacitivos en paralelo tienen las siguientes características:

Figura A19 Circuito capacitivo en paralelo (Serway, 2009, p.728).



En estado estable, la carga Q_{TOTAL} en el capacitor equivalente es igual a la suma de las cargas Q de cada uno de los elementos capacitivos:

$$Q_{TOTAL} = Q_1 + Q_2 + Q_3 + \dots + Q_n$$

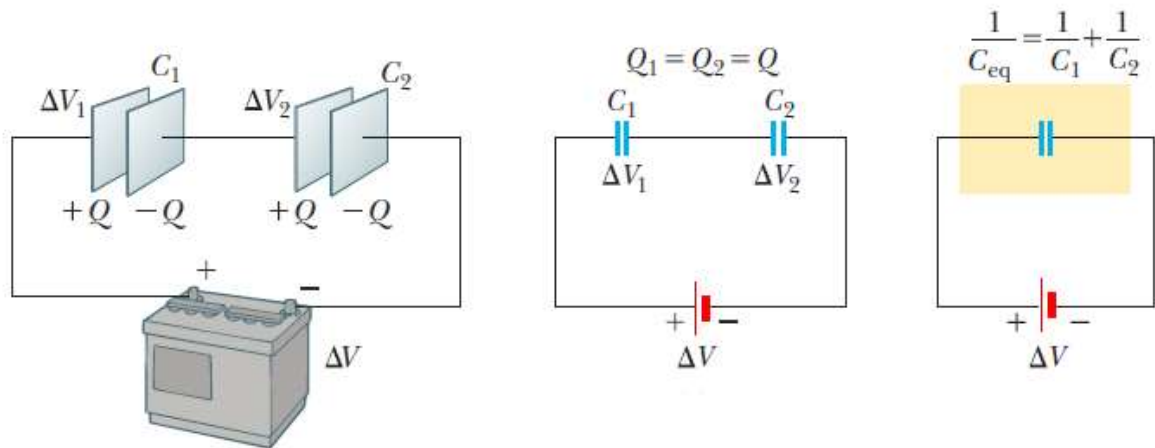
Voltaje (V) tiene la misma magnitud, en cada uno de los elementos capacitivos.

$$V = V_1 = V_2 = V_3 = V_4 = V_n$$

La ecuación para los circuitos capacitivos en paralelo se muestra a continuación:

$$\boxed{C_{eq} = C_1 + C_2 + C_3 + C_4 + \dots + C_n}$$

Los circuitos capacitivos en serie tienen las siguientes características:

Figura A20 Circuito capacitivo en serie (Serway, 2009, p.729).

En estado estable, la carga Q_{TOTAL} en el capacitor equivalente es igual a la carga Q en cada uno de los elementos capacitivos:

$$Q_{TOTAL} = Q_1 = Q_2 = Q_3 = Q_n$$

El voltaje (V) en el capacitor equivalente es la suma de los voltajes en cada uno de los elementos capacitivos, e igual al voltaje de la fuente.

$$V = V_1 + V_2 + V_3 + \dots + V_n \quad (1)$$

La ecuación para los circuitos capacitivos en serie se muestra a continuación:

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \frac{1}{C_4} + \dots + \frac{1}{C_5}$$

Materiales y equipo:

- 1 Multímetro
- 1 Tablilla de experimentación
- Alambre para protoboard
- 2 Cable con caimanes
- 2 Capacitor 10 nF
- 2 Capacitor 33 nF
- 1 Capacitor 47 nF
- 1 Capacitor 100 nF

Metodología:

Parte 1:

1. Conectar en serie los capacitores.
2. Conectar el multímetro en paralelo con el circuito, asegurándose que se encuentre preparado para medir capacitancia en el rango adecuado.
3. Medir la capacitancia equivalente C_{eq} con el multímetro. No debe energizarse el circuito mientras se mide capacitancia eléctrica, ya que, de ser el caso, el multímetro entregará una medición errónea, además de experimentar un posible daño.
4. Comparar resultado experimental con resultado teórico esperado.

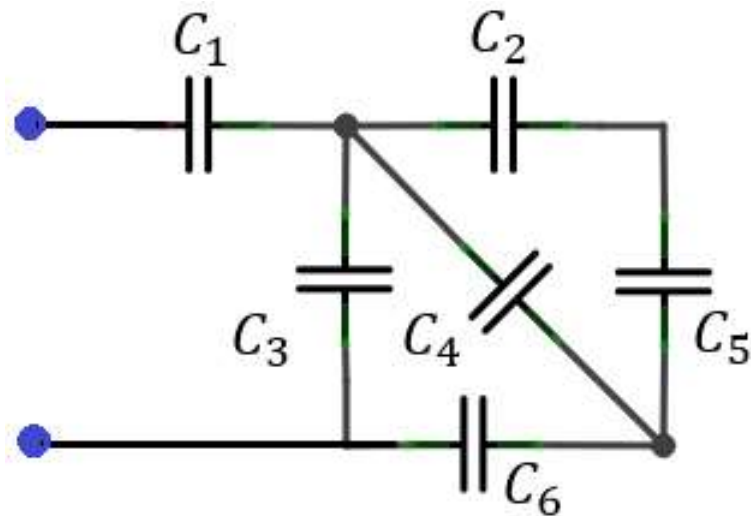
Parte 2:

1. Conectar en paralelo los capacitores C_1, C_2, C_3, C_4, C_5 y C_6
2. Conectar el multímetro en serie con el circuito, asegurándose que se encuentre preparado para medir capacitancia en el rango adecuado.
3. Medir la capacitancia equivalente C_{eq} con el multímetro. No debe energizarse el circuito mientras se mide capacitancia eléctrica, ya que, de ser el caso, el multímetro entregará una medición errónea, además de experimentar un posible daño.
4. Comparar resultado experimental con resultado teórico esperado.

Parte 3:

1. Implementar el circuito capacitivo mixto mostrado en la Figura A21 escogiendo la posición de los capacitores C_1, C_2, C_3, C_4, C_5 y C_6 de acuerdo a su preferencia (cuida que la combinación sea diferente a la de otros equipos).
2. Conectar el multímetro en las terminales a y b del circuito, asegurándose que se encuentre preparado para medir capacitancia en el rango adecuado.
3. Comparar resultado experimental con resultado teórico esperado.

Figura A21 Circuito capacitivo mixto.



Instrucciones para Publicación Científica, Tecnológica y de Innovación

[Título en Times New Roman y Negritas No. 14 en Español e Inglés]

Apellidos (EN MAYUSCULAS), Nombre del 1er Autor†*, Apellidos (EN MAYUSCULAS), Nombre del 1er Coautor, Apellidos (EN MAYUSCULAS), Nombre del 2do Coautor y Apellidos (EN MAYUSCULAS), Nombre del 3er Coautor

Institución de Afiliación del Autor incluyendo dependencia (en Times New Roman No.10 y Cursiva)

International Identification of Science - Technology and Innovation

ID 1er Autor: (ORC ID - Researcher ID Thomson, arXiv Author ID - PubMed Autor ID - Open ID) y CVU 1er Autor: (Becario-PNPC o SNI-CONACYT) (No.10 Times New Roman)

ID 1er Coautor: (ORC ID - Researcher ID Thomson, arXiv Author ID - PubMed Autor ID - Open ID) y CVU 1er Coautor: (Becario-PNPC o SNI-CONACYT) (No.10 Times New Roman)

ID 2do Coautor: (ORC ID - Researcher ID Thomson, arXiv Author ID - PubMed Autor ID - Open ID) y CVU 2do Coautor: (Becario-PNPC o SNI-CONACYT) (No.10 Times New Roman)

ID 3er Coautor: (ORC ID - Researcher ID Thomson, arXiv Author ID - PubMed Autor ID - Open ID) y CVU 3er Coautor: (Becario-PNPC o SNI-CONACYT) (No.10 Times New Roman)

(Indicar Fecha de Envío: Mes, Día, Año); Aceptado (Indicar Fecha de Aceptación: Uso Exclusivo de ECORFAN)

Citación: Primer letra (EN MAYUSCULAS) del Nombre del 1er Autor. Apellido, Primer letra (EN MAYUSCULAS) del Nombre del 1er Coautor. Apellido, Primer letra (EN MAYUSCULAS) del Nombre del 2do Coautor. Apellido, Primer letra (EN MAYUSCULAS) del Nombre del 3er Coautor. Apellido

Correo institucional [Times New Roman No.10]

Primera letra (EN MAYUSCULAS) del Nombre Editores. Apellidos (eds.) Título del Book [Times New Roman No.10], Temas Selectos del área que corresponde ©ECORFAN- Filial, Año.

Instrucciones para Publicación Científica, Tecnológica y de Innovación

Abstract

Texto redactado en Times New Roman No.12, espacio sencillo, en inglés.

Indicar (3-5) palabras clave en Times New Roman y Negritas No.12

Introducción

Texto redactado en Times New Roman No.12, espacio sencillo.

Explicación del tema en general y explicar porque es importante.

¿Cuál es su valor agregado respecto de las demás técnicas?.

Enfocar claramente cada una de sus características.

Explicar con claridad el problema a solucionar y la hipótesis central.

Explicación de las secciones del Capítulo.

Desarrollo de Secciones y Apartados del Capítulo con numeración subsecuente

[Título en Times New Roman No.12, espacio sencillo y Negrita]

Desarrollo de Capítulos en Times New Roman No.12, espacio sencillo.

Inclusión de Gráficos, Figuras y Tablas-Editables

En *el contenido del Capítulo* todo gráfico, tabla y figura debe ser editable en formatos que permitan modificar tamaño, tipo y número de letra, a efectos de edición, estas deberán estar en alta calidad, no pixeladas y deben ser notables aun reduciendo la imagen a escala.

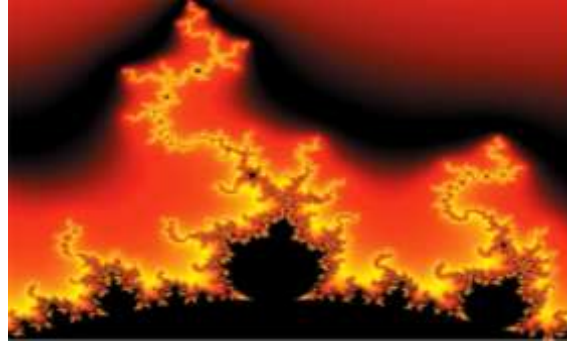
[Indicando el título en la parte Superior con Times New Roman No.12 y Negrita, señalando la fuente en la parte Inferior centrada con Times New Roman No. 10]

Tabla 1.1 Título

Variable	Descripción	Valor
P ₁	Partición 1	481.00
P ₂	Partición 2	487.00
P ₃	Partición 3	484.00
P ₄	Partición 4	483.50
P ₅	Partición 5	484.00
P ₆	Partición 6	490.79
P ₇	Partición 7	491.61

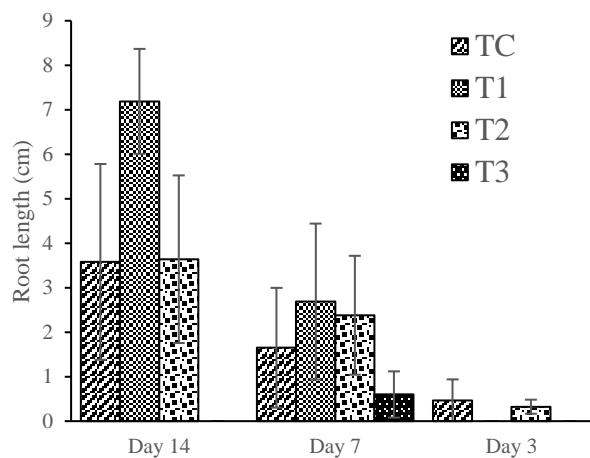
Fuente de Consulta:
(No deberán ser imágenes, todo debe ser editable)

Figura 1.1 Título



Fuente de Consulta:
(No deberán ser imágenes, todo debe ser editable)

Gráfico 1.1 Título



Fuente de Consulta:
(No deberán ser imágenes, todo debe ser editable)

Cada Capítulo deberá presentar de manera separada en 3 Carpetas: a) Figuras, b) Gráficos y c) Tablas en formato .JPG, indicando el número en Negrita y el Título secuencial.

Para el uso de Ecuaciones, señalar de la siguiente forma:

$$\int_{lim^{-1}}^{lim^1} = \int \frac{lim^1}{lim^{-1}} = \left[\frac{1(-1)}{lim} \right]^2 = \frac{(0)^2}{lim} = \sqrt{lim} = 0 = 0 \rightarrow \infty \quad (1)$$

Deberán ser editables y con numeración alineada en el extremo derecho.

Metodología a desarrollar

Dar el significado de las variables en redacción lineal y es importante la comparación de los criterios usados.

Resultados

Los resultados deberán ser por sección del Capítulo.

Instrucciones para Publicación Científica, Tecnológica y de Innovación

Anexos

Tablas y fuentes adecuadas.

Agradecimiento

Indicar si fueron financiados por alguna Institución, Universidad o Empresa.

Conclusiones

Explicar con claridad los resultados obtenidos y las posibilidades de mejora.

Referencias

Utilizar sistema APA. No deben estar numerados, tampoco con viñetas, sin embargo en caso necesario de numerar será porque se hace referencia o mención en alguna parte del Capítulo.

Ficha Técnica

Cada Capítulo deberá presentar en un documento Word (.docx):

Nombre del Book

Título del Capítulo

Abstract

Keywords

Secciones del Capítulo, por ejemplo:

1. *Introducción*
2. *Descripción del método*
3. *Análisis a partir de la regresión por curva de demanda*
4. *Resultados*
5. *Agradecimiento*
6. *Conclusiones*
7. *Referencias*

Nombre de Autor (es)

Correo Electrónico de Correspondencia al Autor

Referencias

Requerimientos de Propiedad Intelectual para su edición:

-Firma Autógrafa en Color Azul del Formato de Originalidad del Autor y Coautores

-Firma Autógrafa en Color Azul del Formato de Aceptación del Autor y Coautores

Reserva a la Política Editorial

ECORFAN Books se reserva el derecho de hacer los cambios editoriales requeridos para adecuar la Obra Científica a la Política Editorial del ECORFAN Books. Una vez aceptada la Obra Científica en su versión final, el ECORFAN Books enviará al autor las pruebas para su revisión. ECORFAN® únicamente aceptará la corrección de erratas y errores u omisiones provenientes del proceso de edición de la revista reservándose en su totalidad los derechos de autor y difusión de contenido. No se aceptarán supresiones, sustituciones o añadidos que alteren la formación de la Obra Científica.

Código de Ética – Buenas Prácticas y Declaratoria de Solución a Conflictos Editoriales

Declaración de Originalidad y carácter inédito de la Obra Científica, de Autoría, sobre la obtención de datos e interpretación de resultados, Agradecimientos, Conflicto de intereses, Cesión de derechos y distribución.

La Dirección de ECORFAN-México, S.C reivindica a los Autores de la Obra Científica que su contenido debe ser original, inédito y de contenido Científico, Tecnológico y de Innovación para someterlo a evaluación.

Los Autores firmantes de la Obra Científica deben ser los mismos que han contribuido a su concepción, realización y desarrollo, así como a la obtención de los datos, la interpretación de los resultados, su redacción y revisión. El Autor de correspondencia de la Obra Científica propuesto requisitara el formulario que sigue a continuación.

Título de la Obra Científica:

- El envío de una Obra Científica a ECORFAN Books emana el compromiso del autor de no someterlo de manera simultánea a la consideración de otras publicaciones seriadas para ello deberá complementar el Formato de Originalidad para su Obra Científica, salvo que sea rechazado por el Comité de Arbitraje, podrá ser retirado.
- Ninguno de los datos presentados en esta Obra Científica ha sido plagiado ó inventado. Los datos originales se distinguen claramente de los ya publicados. Y se tiene conocimiento del testeo en PLAGSCAN si se detecta un nivel de plagio Positivo no se procederá a arbitrar.
- Se citan las referencias en las que se basa la información contenida en la Obra Científica, así como las teorías y los datos procedentes de otras Obras Científicas previamente publicados.
- Los autores firman el Formato de Autorización para que su Obra Científica se difunda por los medios que ECORFAN-México, S.C. en su Holding México considere pertinentes para divulgación y difusión de su Obra Científica cediendo sus Derechos de Obra Científica.
- Se ha obtenido el consentimiento de quienes han aportado datos no publicados obtenidos mediante comunicación verbal o escrita, y se identifican adecuadamente dicha comunicación y autoría.
- El Autor y Co-Autores que firman este trabajo han participado en su planificación, diseño y ejecución, así como en la interpretación de los resultados. Asimismo, revisaron críticamente el trabajo, aprobaron su versión final y están de acuerdo con su publicación.
- No se ha omitido ninguna firma responsable del trabajo y se satisfacen los criterios de Autoría Científica.
- Los resultados de esta Obra Científica se han interpretado objetivamente. Cualquier resultado contrario al punto de vista de quienes firman se expone y discute en la Obra Científica.

Copyright y Acceso

La publicación de esta Obra Científica supone la cesión del copyright a ECORFAN-Mexico, S.C en su Holding México para su ECORFAN Books, que se reserva el derecho a distribuir en la Web la versión publicada de la Obra Científica y la puesta a disposición de la Obra Científica en este formato supone para sus Autores el cumplimiento de lo establecido en la Ley de Ciencia y Tecnología de los Estados Unidos Mexicanos, en lo relativo a la obligatoriedad de permitir el acceso a los resultados de Investigaciones Científicas.

Título de la Obra Científica:

Nombre y apellidos del Autor de contacto y de los Coautores	Firma
1.	
2.	
3.	
4.	

Principios de Ética y Declaratoria de Solución a Conflictos Editoriales

Responsabilidades del Editor

El Editor se compromete a garantizar la confidencialidad del proceso de evaluación, no podrá revelar a los Árbitros la identidad de los Autores, tampoco podrá revelar la identidad de los Árbitros en ningún momento.

El Editor asume la responsabilidad de informar debidamente al Autor la fase del proceso editorial en que se encuentra el texto enviado, así como de las resoluciones del arbitraje a Doble Ciego.

El Editor debe evaluar los manuscritos y su contenido intelectual sin distinción de raza, género, orientación sexual, creencias religiosas, origen étnico, nacionalidad, o la filosofía política de los Autores.

El Editor y su equipo de edición de los Holdings de ECORFAN® no divulgarán ninguna información sobre la Obra Científica enviado a cualquier persona que no sea el Autor correspondiente.

El Editor debe tomar decisiones justas e imparciales y garantizar un proceso de arbitraje por pares justa.

Responsabilidades del Consejo Editorial

La descripción de los procesos de revisión por pares es dado a conocer por el Consejo Editorial con el fin de que los Autores conozcan cuáles son los criterios de evaluación y estará siempre dispuesto a justificar cualquier controversia en el proceso de evaluación. En caso de Detección de Plagio a la Obra Científica el Comité notifica a los Autores por Violación al Derecho de Autoría Científica, Tecnológica y de Innovación.

Responsabilidades del Comité Arbitral

Los Árbitros se comprometen a notificar sobre cualquier conducta no ética por parte de los Autores y señalar toda la información que pueda ser motivo para rechazar la publicación de la Obra Científica. Además, deben comprometerse a mantener de manera confidencial la información relacionada con la Obra Científica que evalúan.

Cualquier manuscrito recibido para su arbitraje debe ser tratado como documento confidencial, no se debe mostrar o discutir con otros expertos, excepto con autorización del Editor.

Los Árbitros se deben conducir de manera objetiva, toda crítica personal al Autor es inapropiada.

Los Árbitros deben expresar sus puntos de vista con claridad y con argumentos válidos que contribuyan al hacer Científico, Tecnológica y de Innovación del Autor.

Los Árbitros no deben evaluar los manuscritos en los que tienen conflictos de intereses y que se hayan notificado al Editor antes de someter la Obra Científica a evaluación.

Responsabilidades de los Autores

Los Autores deben garantizar que sus Obras Científicas son producto de su trabajo original y que los datos han sido obtenidos de manera ética.

Los Autores deben garantizar no han sido previamente publicados o que no estén siendo considerados en otra publicación seriada.

Los Autores deben seguir estrictamente las normas para la publicación de Obra Científica definidas por el Consejo Editorial.

Los Autores deben considerar que el plagio en todas sus formas constituye una conducta no ética editorial y es inaceptable, en consecuencia, cualquier manuscrito que incurra en plagio será eliminado y no considerado para su publicación.

Los Autores deben citar las publicaciones que han sido influyentes en la naturaleza de la Obra Científica presentado a arbitraje.

Servicios de Información

Indización - Bases y Repositorios

RESEARCH GATE (Alemania)

MENDELEY (Gestor de Referencias bibliográficas)

GOOGLE SCHOLAR (Índices de citaciones-Google)

REDIB (Red Iberoamericana de Innovación y Conocimiento Científico- CSIC)

Servicios Editoriales

Identificación de Citación e Índice H

Administración del Formato de Originalidad y Autorización

Testeo de Books con PLAGSCAN

Evaluación de Obra Científica

Emisión de Certificado de Arbitraje

Edición de Obra Científica

Maquetación Web

Indización y Repositorio

Publicación de Obra Científica

Certificado de Obra Científica

Facturación por Servicio de Edición

Política Editorial y Administración

143 - 50 Itzopan, Ecatepec de Morelos – México. Tel: +52 1 55 6159 2296, +52 1 55 1260 0355, +52 1 55 6034 9181; Correo electrónico: contact@ecorfan.org www.ecorfan.org

ECORFAN®

Editor en Jefe

VARGAS-DELGADO, Oscar. PhD

Directora Ejecutiva

RAMOS-ESCAMILLA, María. PhD

Director Editorial

PERALTA-CASTRO, Enrique. MsC

Diseñador Web

ESCAMILLA-BOUCHAN, Imelda. PhD

Diagramador Web

LUNA-SOTO, Vladimir. PhD

Asistentes Editoriales

SORIANO-VELASCO, Jesus. BsC

Traductor

DÍAZ-OCAMPO, Javier. BsC

Filóloga

RAMOS-ARANCIBIA, Alejandra. BsC

Publicidad y Patrocinio

(ECORFAN®- Mexico- Bolivia- Spain- Ecuador- Cameroon- Colombia- El Salvador- Guatemala- Nicaragua- Peru- Paraguay- Democratic Republic of The Congo- Taiwan), sponsorships@ecorfan.org

Licencias del Sitio

03-2010-032610094200-01-Para material impreso, 03-2010-031613323600-01-Para material electrónico, 03-2010-032610105200-01-Para material fotográfico, 03-2010-032610115700-14-Para Compilación de Datos, 04 -2010-031613323600-01-Para su página Web, 19502-Para la Indización Iberoamericana y del Caribe, 20-281 HB9-Para la Indización en América Latina en Ciencias Sociales y Humanidades, 671-Para la Indización en Revistas Científicas Electrónicas España y América Latina, 7045008-Para su divulgación y edición en el Ministerio de Educación y Cultura-España, 25409-Para su repositorio en la Biblioteca Universitaria-Madrid, 16258-Para su indexación en Dialnet, 20589-Para Indización en el Directorio en los países de Iberoamérica y el Caribe, 15048-Para el registro internacional de Congresos y Coloquios. financingprograms@ecorfan.org

Oficinas de Gestión

143 - 50 Itzopan, Ecatepec de Morelos – México.

21 Santa Lucía, CP-5220. Libertadores -Sucre – Bolivia.

38 Matacerquillas, CP-28411. Moralarzal –Madrid-España.

18 Marcial Romero, CP-241550. Avenida, Salinas I - Santa Elena-Ecuador.

1047 Avenida La Raza -Santa Ana, Cusco-Perú.

Boulevard de la Liberté, Immeuble Kassap, CP-5963.Akwa- Douala-Camerún.

Avenida Suroeste, San Sebastian - León-Nicaragua.

31Kinshasa 6593- Republique Démocratique du Congo.

Avenida San Quentin, R 1-17 Miralvalle - San Salvador-El Salvador.

16 kilómetros, carretera estadounidense, casa Terra Alta, D7 Mixco Zona 1-Guatemala.

105 Alberdi Rivarola Capitán, CP-2060. Luque City- Paraguay.

69 Calle Distrito YongHe, Zhongxin. Taipei-Taiwán.

43 Calle # 30 -90 B. El Triunfo CP.50001. Bogotá-Colombi



9 7 8 6 0 7 8 6 9 5 8 1 2
ISBN 978-607-8695-81-2



www.ecorfan.org